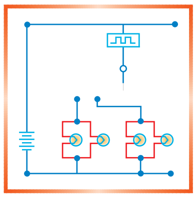
Fizika gyakorlat megoldása



G. 783. *Egy homogén, n törésmutatójú, R sugarú üveggömb középpontjában pontszerű fényforrás helyezkedik el. A gömböt kívülről nézzük. Hol látjuk a fényforrás képét?*

(*3 pont*)

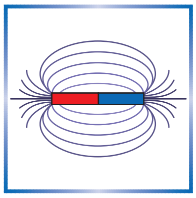
Megoldás. Az üveggömb középpontjából kiinduló fénysugarak sugárirányban haladnak, tehát merőlegesen érkeznek az üveggömb felületére. Ez nulla fokos beesési szögnek felel meg, tehát a fénysugarak törés nélkül haladnak át a felületen.

A gömbből kilépő fénysugarak továbbra is sugárirányban haladnak, tehát a meghosszabbításuk a gömb középpontjában fut össze, itt keletkezik a fényforrás látszólagos (virtuális) képe.

Nagy Csenge (Székelyudvarhely, Tamási Áron Gimn., 9. évf.)

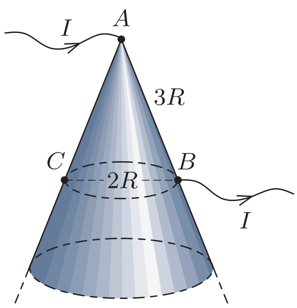
17 dolgozat érkezett. Helyes 13 megoldás. Hiányos (1 pont) 1, hibás 3 dolgozat.

Fizika feladatok megoldása



P. 5399. *Egy vékony, δ vastagságú fémlemezből nagy, kúp alakú felületet hegesztettünk össze. A kúp A-val jelölt csúcsába I erősségű áramot vezetünk, majd az egyik alkotón lévő B pontból elvezetjük azt. Határozzuk meg a B-vel átellenes C pontban az áramsűrűség-vektor irányát és nagyságát! Ismert, hogy az AB távolság értéke $3R$, míg a B és C pontok távolsága $2R$.*

(*6 pont*) Közli: *Vigh Máté,* Biatorbány

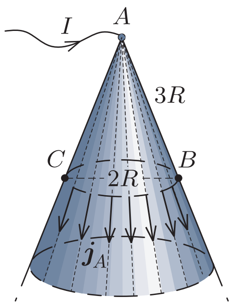


Megoldás. Amikor az elektromos áram egy *vékony* fémlemezben folyik, akkor az áramsűrűség-vektor felületre merőleges komponensét elhanyagoljuk.

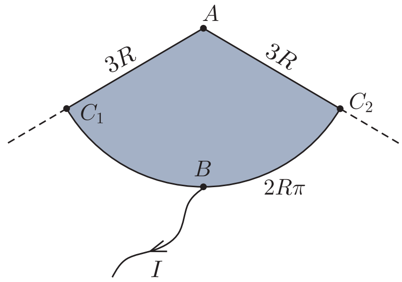
Vegyük észre, hogy az áramok szuperponálhatóak. Úgy fogjuk megoldani a feladatot, hogy először vesszük azt az esetet, amikor csak az A pontban vezetünk áramot a fémbe, de a B pontbeli vezetéket lekapcsoljuk. (Az áram ebben az esetben a kúp nagyon távoli részeinél folyik ki a fémből.) Kiszámoljuk ebben az elrendezésben a C pontbeli áramsűrűséget, majd megismételjük a számolást arra az esetre is, amikor csak a B pontból vezetünk ki áramot (de az nem az A pontnál, hanem a kúp távoli részeinél folyik be a fémbe). A két eredményt összeadva megkapjuk a C pontbeli áramsűrűséget a feladatunkban szereplő elrendezésre. (A távoli részeken ki- és bevezetett áramok „kioltják” egymást.)

(i) Ha csak az A pontnál csatlakozik vezeték a kúphoz, akkor az I erősségű áram szimmetrikusan, a kúp alkotói mentén haladva oszlik szét a fémlemezben. A C pontra illeszkedő, $2R\pi\delta$ területű körgyűrűn összesen I erősségű áram folyik át, tehát az áramsűrűség-vektor nagysága a C pontnál

$$|\boldsymbol{j}_A| = j_A = \frac{I}{2R\pi\delta}.$$



1. ábra



2. ábra

(ii) Vizsgáljuk most azt az esetet, amikor csak a B pontnál elvezetett árammal számolunk. Vágjuk szét – gondolatban – a kúpot az AC egyenes mentén. (Itt azért vághatjuk szét a lemezt, mert az AC menti vékony sávon keresztül – a szimmetria miatt – sehol nem folyik át áram.)

(*Vigyázat:* Az áramsűrűség eloszlása most nem forgásszimmetrikus, az áramvonalak nem párhuzamosak a kúp alkotóival, az elrendezés csak az ABC síkra való tükrözésre szimmetrikus.)

A felvágott kúpot kiteríthetjük síkba, így valamekkora α nyílásszögű „szögtartományt” (a síknak egy olyan részét, amelyet egy pontban találkozó két félegyenes határol) kapunk (*2. ábra*). Az α szöget a B és C ponton áthaladó körív hosszának és a kör kerületének egyenlősége határozza meg (*2. ábra*). Mivel $AB = 3R$,

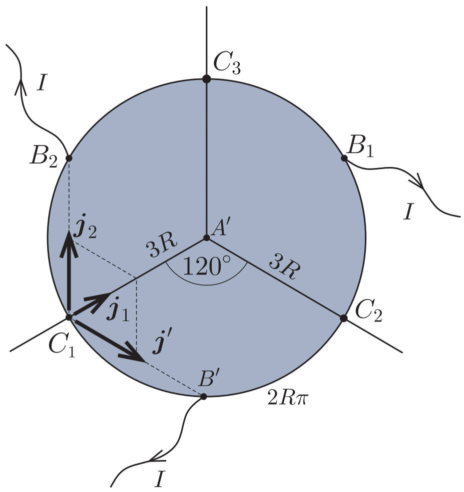
$$3R \cdot \alpha = 2R\pi \qquad \Longrightarrow \qquad \alpha = \frac{2}{3}\pi = 120^\circ.$$

Ebben a 120°-os szögtartományban keressük az árameloszlást azzal a határfeltétellel, hogy az AC_1 és az AC_2 félegyenesek áramvonalak legyenek, vagyis az áramsűrűség-vektornak ne legyen a félegyenesekre merőleges komponense.

Tudjuk, hogy egy „végtelen” síklap egyetlen B' pontjába bevezetett áram esetén az áramsűrűség sugárirányú, és a nagysága a B' ponttól r távolságban

$$j(r) = \frac{I}{2r\pi\delta}.$$

Ez azonban nem jó megoldása a feladatunknak, hiszen nem teljesíti a határfeltételt. Alkalmazhatjuk viszont (az elektrosztatika tükörtöltés-módszerének mintájára) a „tükörátramok" módszerét. Egészítsük ki a kigörbített fémlemez 120°-os valós szögtartományát még két ugyanilyen, de fiktív (fémet nem tartalmazó) szögtartománnyal (*3. ábra*), és határozzuk meg a végtelen sík B', B_1 és B_2 pontjából elvezetett, egyenként I erősségű áram eredő áramsűrűség-eloszlását.



3. ábra

A B' pontbeli áram által a C_1 pontban létrehozott áramsűrűség C_1-ből B' felé irányuló,

$$j' = \frac{I}{2\pi\delta \cdot 3R}$$

nagyságú vektor. Ugyanekkora nagyságú a B_2 pontbeli áram $\boldsymbol{j}_2$ járuléka:

$$j_2 = \frac{I}{6R\pi\delta}.$$

A $\boldsymbol{j}'$ és $\boldsymbol{j}_2$ vektorok 120°-os szöget zárnak be egymással, az eredőjük is $\frac{I}{6R\pi\delta}$ nagyságú, C_1-ből A' felé mutató vektor. Ha ehhez hozzáadjuk a C_1-től $6R$ távolságra lévő B_1 pontból elvezetett áram

$$j_1 = \frac{I}{12\,R\pi\delta}$$

nagyságú járulékát, azt kapjuk, hogy

$$|\boldsymbol{j}' + \boldsymbol{j}_1 + \boldsymbol{j}_2| = \frac{I}{6R\pi\delta} + \frac{I}{12\,R\pi\delta} = \frac{I}{4R\pi\delta}.$$

Már csak a szuperpozíció maradt hátra, adjuk hát össze a fémkúp A pontjába bevezetett, majd a B pontból elvezetett áramnak megfelelő áramsűrűségvektorokat. Mivel ezek a vektorok ellentétes irányúak, az eredő áramsűrűség nagysága

$$|\boldsymbol{j}| = \frac{I}{2R\pi\delta} - \frac{I}{4R\pi\delta} = \frac{I}{4R\pi\delta},$$

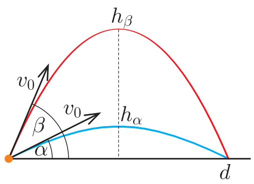
iránya pedig A-ból C felé, tehát az alkotó mentén „lefelé” mutat.

Gábriel Tamás (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 11. évf.) és *Toronyi András* (Budapest, Baár-Madas Ref. Gimn., 12. évf.) dolgozata alapján

6 dolgozat érkezett. Helyes Gábriel Tamás és Toronyi András megoldása. Kicsit hiányos (5 pont) 1, hiányos (2–3 pont) 3 dolgozat.

P. 5418. *Két különböző szögben, de megegyező kezdősebességgel elrúgott labda azonos távolságban ért földet. A magasabb pályán haladó labda kétszer annyi ideig repült, mint a másik. Hogyan aránylik egymáshoz a két pálya csúcsmagassága? Milyen szögek alatt rúgták el a labdát?*

(*4 pont*) *Példatári feladat nyomán*



Megoldás. Legyen az alacsonyabb pályán haladó labda elrúgásának szöge α, a másik labdáé β, kezdősebességük nagysága pedig v_0.

Ferde hajításnál a földet érés távolsága

$$d = \frac{v_0^2}{g}\sin 2\alpha = \frac{v_0^2}{g}\sin 2\beta,$$

vagyis

$$\sin 2\alpha = \sin 2\beta. \tag{1}$$

Mivel $\alpha < \beta < 90°$, (1)-ből következik, hogy

$$2\beta = 180° - 2\alpha, \qquad \text{vagyis} \qquad \beta = 90° - \alpha. \tag{2}$$

A levegőben töltött időtartamok:

$$t = \frac{2v_0}{g}\sin\alpha \qquad \text{és} \qquad 2t = \frac{2v_0}{g}\sin\beta,$$

ahonnan

$$2\sin\alpha = \sin\beta. \tag{3}$$

Mivel (2) szerint $\sin\beta = \cos\alpha$, (3)-ból következik, hogy $2\sin\alpha = \cos\alpha$, tehát $\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{2}$, vagyis

$$\alpha = \operatorname{arctg}\frac{1}{2} \approx 27° \qquad \text{és} \qquad \beta \approx 63°.$$

A pályák csúcsmagassága (a ferde hajítás összefüggései szerint)

$$h_\alpha = \frac{v_0^2}{g}\sin^2\alpha, \qquad \text{illetve} \qquad h_\beta = \frac{v_0^2}{g}\sin^2\beta,$$

tehát

$$\frac{h_\alpha}{h_\beta} = \frac{\sin^2\alpha}{\sin^2\beta} = \frac{\sin^2\alpha}{\sin^2(90^\circ-\alpha)} = \mathrm{tg}^2\,\alpha = \frac{1}{4}.$$

Elekes Dorottya (Budapest-Fasori Evangélikus Gimn., 10. évf.)

100 dolgozat érkezett. Helyes 66 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 5, hiányos (1–2 pont) 23, hibás 2, nem versenyszerű 4 dolgozat.

P. 5419. *Vízszintes síkon egyenletesen,* 6 m/s *nagyságú sebességgel mozgó pontszerű test gyorsulásának nagysága állandó. A test pályájának A és B pontja közé eső útja* 1,2*-szerese az elmozdulásvektor nagyságának. Ezt az utat a test* 2 *másodperc alatt teszi meg. Mekkora a gyorsulása?*

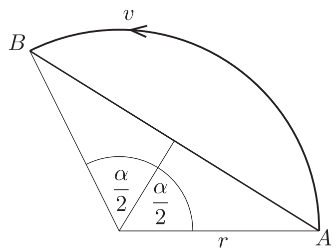
(*4 pont*) Közli: *Holics László*, Budapest

Megoldás. Egyenletes sebességgel, állandó nagyságú gyorsulással mozgó test vagy egyenesen, vagy körpályán halad. Jelen esetben (mivel az elmozdulás nem egyezik meg a megtett úttal) a mozgás biztosan egyenletes körmozgás.

Az A és B pont közötti körív hossza $\widehat{AB} = 6\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\cdot 2\ \mathrm{s} = 12\ \mathrm{m}$, ami az AB szakasz hosszának 1,2-szerese, a test elmozdulása tehát 10 m.

Jelöljük a körpálya sugarát r-rel, a körív (radiánban mért) középponti szögét pedig α-val. Az *ábráról* leolvashatjuk, hogy az elmozdulás nagysága

$$AB = 2r\sin\frac{\alpha}{2},$$



a körív hossza pedig $\widehat{AB} = \alpha r$. Ezek szerint fennáll, hogy

$$\frac{6}{5}\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{\alpha}{2},$$

ami az $x = \frac{\alpha}{2}$ jelöléssel így írható:

$$\sin x = \frac{5}{6}x. \tag{1}$$

Ezt a trigonometrikus egyenletet megoldhatjuk numerikusan, internetes megoldóprogrammal: $x = 1{,}0267$, tehát $\alpha = 2{,}053$ (rad) $\approx 118^\circ$.

Megjegyzés. Az (1) egyenlet közelítő megoldását úgy is megkaphatjuk, hogy a szinuszfüggvényt

$$\sin x \approx x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \ldots$$

módon közelítjük. Ha a hatványsornak csak az első két tagját vesszük figyelembe, a megoldás $x=1{,}00$ lesz. Ha a sorfejtésben az x^5-es tagnál állunk meg, úgy x^2-re másodfokú egyenletet kapunk, amelynek megoldásból $x=\sqrt{10-\sqrt{80}}=1{,}027$ adódik. Ez 3 tizedesjegyre megegyezik a „pontos” eredménnyel.

A körpálya sugara:

$$r=\frac{12\ \mathrm{m}}{\alpha}=5{,}84\ \mathrm{m},$$

a kérdezett centripetális gyorsulás pedig

$$a=\frac{v^2}{r}=\frac{(6\ \mathrm{m/s})^2}{5{,}85\ \mathrm{m}}=6{,}2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$$

(*Több dolgozat alapján*)

80 dolgozat érkezett. Helyes 46 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 5, hiányos (1–2 pont) 14, hibás 11, nem versenyszerű 4 dolgozat.

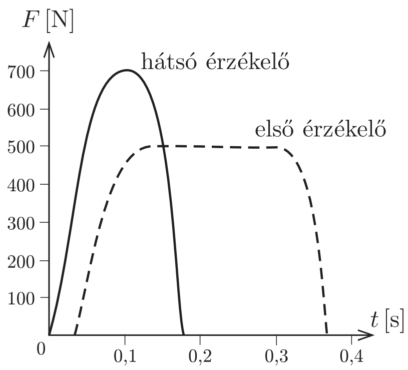
Fizikából kitűzött feladatok

M. 418. Mérjük meg egy labda (pl. focilabda, pingponglabda vagy teniszlabda) tehetetlenségi nyomatékát lejtőn történő legurítással! Adjuk meg az eredményt mR^2 egységben is (R a labda sugara, m a tömege). Lehet-e következtetni a mérés eredményéből a labda falvastagságára?

(*6 pont*) Közli: *Németh László,* Fonyód

G. 797. Felfújt léggömböt nyitott manométerre húzunk. A manométer két szárában a petróleum szintjének különbsége 72 cm. Hány mm lenne a szintkülönbség, ha a manométerben higany lenne? Mekkora a léggömbben uralkodó túlnyomás?

(*3 pont*)



G. 798. A százméteres síkfutás versenyzői térdelőrajtból indulnak. Az *ábra* azt mutatja, hogy mekkora vízszintes erő hat a rajtgépbe épített első és hátsó érzékelőre egy 70 kg tömegű atléta indulásakor. Becsüljük meg, hogy mekkora sebességgel hagyja el a sportoló a rajtgépet!

(*3 pont*)