A K pontversenyben kitűzött gyakorlatok ABACUS-szal közös pontverseny 9. osztályosoknak (739–743.)

K. 739. Fülöp a következő megfigyeléseket tette az ősz egy időszakában:

1. A megfigyelt idő alatt 11 napon esett az eső.
2. Esős délelőttöt mindig napos délután követett.
3. Összesen 9 délelőtt és 12 délután volt napos idő.

Hány napon nem esett egyáltalán?

K. 740. Egy 3×12-es téglalapot szeretnénk lefedni 12 db 1×3-as téglalappal. Hányféleképpen tehetjük ezt meg?

K. 741. Induljunk ki az $1,2,3,4,5,6,7,8,9$ számokból. Egy lépésben kiválaszthatunk két számot, amelyeket 1-gyel megnövelünk. El lehet-e néhány lépésben érni, hogy mindegyik szám a 10-es legyen?

K/C. 742. Dani most tanulja az angol ábécét, és el is mondta az első nyolc betűjét (A, B, C, D, E, F, G, H), csak némileg rossz sorrendben. A nyolc betűből csak ötöt mondott jól (annyiadik betűként, ahányadik az ABC-ben). Hány ilyen különböző sorrendje van ennek a nyolc betűnek?

K/C. 743. Az $ABCD$ téglalap BC oldalának felezőpontja E, CD oldalának D-hez közelebbi harmadolópontja F. Az AE szakasz felezőpontja G, az EF szakasz E-hez közelebbi harmadolópontja pedig H. Hányadrésze az FGH háromszög területe az $ABCD$ téglalap területének?

❄

Beküldési határidő: 2022. december 10.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`

❄

A C pontversenyben kitűzött gyakorlatok (742–743., 1738–1742.)

Feladatok 10. évfolyamig

K/C. 742. A szövegét lásd a **K** feladatoknál.

K/C. 743. A szövegét lásd a **K** feladatoknál.

Feladatok mindenkinek

C. 1738. Egy természetes számot nevezzünk *kiegyensúlyozottnak,* ha tízes számrendszerben felírva éppen annyi számjegye van, ahány különböző prímosztóval rendelkezik. Például a 21 kiegyensúlyozott, de a 42 nem. Igaz-e, hogy végtelen sok *kiegyensúlyozott* szám van?

Javasolta: *Kozma Katalin Abigél* (Győr)

C. 1739. A valós számok halmazának lehető legbővebb részhalmazán értelmezzük a következő függvényeket: $f(x)=\sqrt{x+5}$, $g(x)=\frac{-2x+8}{5}$ és $h(x)=[x+3]$. Határozzuk meg a három függvénygrafikon közös pontjainak koordinátáit ($[a]$ az a valós szám egészrészét jelenti, vagyis azt a legnagyobb egész számot, amely nem nagyobb a-nál).

Javasolta: *Bíró Bálint* (Eger)

C. 1740. Az $ABCD$ paralelogramma CD oldalán felvesszük a P belső pontot, a CD-vel párhuzamos AB oldalon a Q belső pontot. A PA és QD szakaszok metszéspontja M, a PB és QC szakaszok metszéspontja N.

Tegyük fel, hogy $MN \nparallel AB$, és MN a CD egyenesét az X, AB egyenesét az Y pontban metszi. Bizonyítsuk be, hogy $DX=BY$.

(*Amerikai versenyfeladat*)

Feladatok 11. évfolyamtól

C. 1741. Az $ABCD$ konvex négyszög AC és BD átlóinak metszéspontja M. Lehetséges-e, hogy az ABM, BCM, CDM, DAM háromszögek területe ebben a sorrendben egy

a) nemkonstans számtani sorozat,

b) nemkonstans mértani sorozat

közvetlen egymás utáni négy tagja?

Javasolta: *Bíró Bálint* (Eger)

C. 1742. Tekintsük a következő (a valós számok halmazának lehető legbővebb részhalmazán értelmezett) függvényeket:

$$f_0(x)=\frac{1}{1-x}, \quad \text{valamint} \quad f_n(x)=f_0\big(f_{n-1}(x)\big),$$

minden n pozitív egészre. Számítsuk ki $f_{2022}(2022)$ értékét.

(*Kanadai feladat*)

❄

Beküldési határidő: 2022. december 10.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`

❄