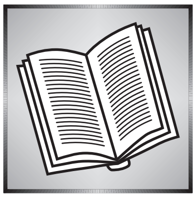

Könyvismertetés

John D. Barrow: 100 alapvető dolog a matematikáról és a művészetekről, AMIRŐL NEM TUDTUK, hogy nem tudjuk

J. D. Barrow (1952–2020) angol matematikus, elméleti fizikus, kozmológus lenyűgözően érdekes könyvét mintha kimondottan a KöMaL olvasóinak és versenyzőinek írta volna. A 100 rövid (egy-két oldalas) írás – mindegyik közérthető – kalandozik a matematika, a fizika, a csillagászat, a nyelvészet, a tudománytörténet és a művészetek határterületein. Kedvcsinálóként – a teljesség igénye nélkül – megemlítünk néhány „gyöngyszemet”.

– A balerinák egy-egy nagyobb ugrás közben mintha a gravitációt legyőzve lebegnének a levegőben. Vajon hogyan egyeztethető össze ez a (filmfelvételekkel is dokumentált) jelenség a tömegvonzás törvényével?

– Képzeljük magunkat egy nagy képtár biztonsági főnökének. A termek falait rengeteg értékes kép borítja, meglehetősen alacsonyra akasztva, hogy szemmagasságból is jól láthatók legyenek, így viszont védeni kell ezeket a tolvajok és a rongálók elől. A képtár különféle alakú és méretű termekből áll. Legalább hány teremőrre van szükségünk, hogy minden egyes képet folyamatosan szemmel tarthassanak? Sajnos ez nem könnyű, sőt úgynevezett „nehéz” számítási feladat, amelynek az elvégzéséhez szükséges idő megduplázódhat, valahányszor a galéria egy újabb fallal bővül. A matematikusok sokféle helyzetet tanulmányoztak, olyanokat is, amikor az őrök mozoghatnak, vagy tükrök segíthetik őket az eldugott sarkok szemmel tartásában.

– Korunk egyik legfontosabb értéke a hatékonyság, és ennek szellemében hajlamosak vagyunk elítélni a késlekedést. Mégsem nyilvánvaló, hogy a halogatás mindig nemkívánatos. Ha a vállalkozásunknak egy nagy feladat elvégzését kell kifizetnie, amelynek a részfeladataihoz használt eljárások egyre olcsóbbak lesznek, akkor talán megéri egy kicsit kényelmesebbre venni a tempót, és később hozzákezdeni, hiszen így a teljes költség kisebb lesz. A számítógépes feldolgozásban éppen ez a helyzet. A híres Moore-törvény kimondja, hogy egy adott pénzösszegért megvásárolható számítógépes teljesítmény mintegy 18 havonta megduplázódik. Megmutatható, hogy a $18/\ln 2 \approx 26$ hónapnál jelenleg több időt igénylő számítástechnikai feladatokat érdemes később elkezdeni, míg az ennél rövidebb idejű projektekbe célszerű a lehető leghamarabb belekezdeni, mert a technológia jelenlegi fejlődése mellett azokat nem lehet hamarabb elvégezni.

– Van olyan hullámvasút, amelynek pályája hurok alakú, és a hurok tetejénél fejjel lefelé utazunk, akkora sebességgel, hogy még biztonsági öv nélkül sem esnénk ki. Vajon milyen alakú görbe a hurok? Aki azt gondolja, hogy kör, téved. Kiszámítható (a KöMaL-ban többször kitűzött feladatként is szerepelt), hogy ha a motor nélkül haladó szerelvényben a körpálya legmagasabb pontjánál éppen „súlytalanok” vagyunk, akkor a kör legalsó pontjánál a normál testsúlyunk 6-szorosát érzékeljük. A legtöbb utas ettől elveszítené az eszméletét, mert túl kevés oxigén jutna az agyába. Emiatt a valódi hullámvasutaknál a pályagörbe nem kör, hanem pl. *klotoid* (más néven Cornù-féle spirál), amelynek görbülete a megtett úttal arányosan csökken.

– Miért tojásdad alakú az igazi tojás? Milyen biológiai előnyei vannak a gömbtől (és az ellipszoidtól, vagy a rögbilabda alaktól) eltérő alakú madártojásoknak?

– Az egyszerű matematikai szabályok közül az egyik legmeglepőbb az úgynevezett *Benford-törvény. Frank Benford* amerikai mérnökről nevezték el, aki 1938-ban írt cikket róla. Megfigyelte (ahogy azt már fél évszázaddal korábban *Simon Newcomb* kanadai–amerikai asztrofizikus is észrevette), hogy sok, elsőre véletlenszerűnek gondolt számhalmaz (tavak területe, baseball-eredmények, egy magazinban előforduló összes szám, a csillagok pozíciója, árjegyzékek, fizikai állandók vagy könyvelési tételek) első számjegye (meglehetős pontossággal, a mértékegységtől függetlenül) nagyon érdekes valószínűségi eloszlást követ.

Furcsa módon az $1, 2, 3, \ldots, 9$ számjegyek nem egyforma, hanem egyre csökkenő eséllyel fordulnak elő az első számjegy helyén (az 1-es valószínűsége 30%, a 9-esé mindössze 5%!) A Newcomb–Benford-törvény megdöbbentő területeken is alkalmazásra talált. Egy amerikai doktorandusz, *Mark Nigrini* 1992-ben azt vetette fel, hogy hamis könyvelési adatok kiszűrésére is alkalmas lehet az elsőszámjegy-törvény. Ha egy adóalany kitalált, vagy éppen véletlenszám-generátorral gyártott számokkal tölti ki a mezőket és nem valós tényeket leírókkal, ezek a számok nem követik a Newcomb–Benford törvényt.

– A könyv egyik írása (*Hány szót ismert Shakespeare?*) adta az ötletet a KöMaL múlt havi számában megjelent, pontversenyen kívüli feladathoz is.

Áprilisi pótfeladat. *A KöMaL minden számát a nyomdába adás előtt ketten is elolvassák. A mostani számban az egyik lektor* 60, *a másik* 40 *hibát talált, és ezek között* 35 *volt olyan, amelyet mindketten észrevettek. Becsüljük meg, hogy hány hiba maradhatott ezek után a kéziratban!*

Megoldás. Ha az egyik lektor p, a másik q valószínűséggel veszi észre a hibákat, és a hibák száma N, akkor fennáll, hogy $p\cdot N=60$, $q\cdot N=40$ és $pq\cdot N=35$, ahonnan p és q kiküszöbölése után kapjuk, hogy

$$N=\frac{60\cdot 40}{35}=68{,}6\approx 69.$$

A fel nem fedezett hibák vélhető száma: $n=69-(60+40-35)=4$.

Általában, ha az egyik lektor N_1, a másik N_2 hibát talált, és ezek közül $N_{(1,2)}$-t vettek mindketten észre, akkor

$$n=\frac{N_1N_2}{N_{(1,2)}}-N_1-N_2+N_{(1,2)},$$

amit így is felírhatunk:

$$n=\frac{\big(N_1-N_{(1,2)}\big)\big(N_2-N_{(1,2)}\big)}{N_{(1,2)}}.$$

(*G. P.*)