Fizika feladatok megoldása

P. 5347. *A kezdetben nyugvó,* $m = 2$ kg *tömegű test súrlódásmentesen mozoghat a vízszintes felületen. Egy adott pillanatban a testre a felülettel párhuzamosan egy olyan állandó irányú* F *erő kezd hatni, amelynek nagysága egyenletesen változva* 4 s *alatt* 0*-ról* 20 N*-ra nő.*

a) Mekkora lesz a test sebessége $t_1 = 3$ s *múlva?*

b) Mekkora utat tesz meg a test 3 s *alatt, ha a* $t_2 = 2$ s *alatt megtett út* $s_2 = \frac{10}{3}$ m?

(*5 pont*) Közli: *Kotek László,* Pécs

I. megoldás. Ha a 2 kg tömegű testre ható erő időben egyenletesen növekszik, akkor a test gyorsulása is egyenletesen változik, és $t_0 = 4$ s alatt 0-ról $a_0 = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$-re nő (*1. ábra*). Algebrai összefüggéssel:

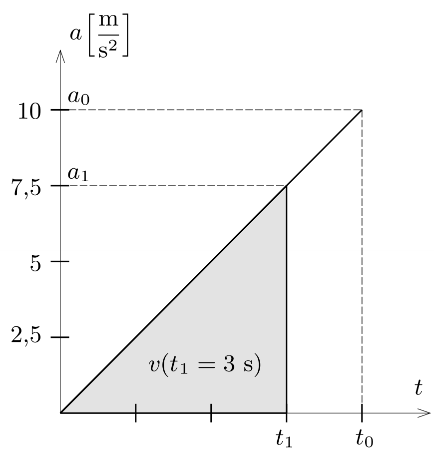
$$a(t) = 2{,}5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^3} \cdot t,$$

és a kérdéses

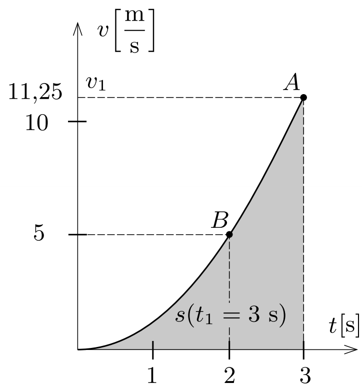
$$t_1 = \frac{3}{4} t_0 = 3\ \mathrm{s}$$

időpontban a gyorsulás:

$$a_1 = \frac{3}{4} a_0 = 7{,}5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$$



1. ábra



2. ábra

a) A sebességet a gyorsulás–idő grafikon alatti területként kaphatjuk meg. Az 1. ábrán sötéten jelölt háromszögről leolvasható, hogy t_1 időpontban a sebesség:

$$v_1=\frac{a_1\,t_1}{2}=\frac{7{,}5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot(3\ \mathrm{s})}{2}=11{,}25\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

Hasonló módon kapjuk, hogy tetszőleges t időpontban a sebesség:

$$v(t)=\frac{a(t)\cdot t}{2}=1{,}25\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^3}\,t^2.$$

b) A sebesség–idő grafikon a *2. ábrán* látható. A t idő alatt megtett $s(t)$ út a parabola 0 és t időpontok közötti íve alatti területtel egyezik meg. Feladatunk a sötétebben jelölt terület nagyságának meghatározása.

Tudjuk, hogy a megtett utat egyenletes mozgás esetén a v_0t, egyenletesen gyorsuló mozgásnál az $\frac{a_0}{2}t^2$ képlet alapján számolhatjuk. Sejthető, hogy egyenletesen változó gyorsulás esetén a megtett út (ha a kezdősebesség nulla) az eltelt idő köbével arányos, és emiatt a 3 s alatt megtett út $(3/2)^3$-ször nagyobb, mint a 2 s alatt megtett $\frac{10}{3}$ méteres út.

Hogyan látható be ezen sejtés helyessége? Ha a 2. ábrán látható parabolát a t tengely mentén 2/3 arányban, a v tengely mentén pedig $(2/3)^2$ arányban összezsugorítjuk, akkor a görbe továbbra is parabola marad, de az A pont a B pontba kerül. Mivel a görbe alatti terület a két transzformáció együttes hatására $(2/3)^3$ arányban csökken, felírhatjuk, hogy

$$s(t=3\ \mathrm{s})=\left(\frac{3}{2}\right)^3\cdot s(t=2\ \mathrm{s})=\frac{27}{8}\cdot\frac{10}{3}\ \mathrm{m}=11{,}25\ \mathrm{m}.$$

II. megoldás. A feladatot a differenciál- és integrálszámítás összefüggéseinek felhasználásával is megoldhatjuk. Esetünkben változó gyorsulású mozgással van dolgunk. A gyorsulás egységnyi idő alatt végbemenő változását „rándulásnak” nevezzük és j-vel jelöljük. A feladatban szereplő mozgás rándulása időben állandó, nagysága

$$j=\frac{\Delta a}{\Delta t}=\frac{10\ \mathrm{m}/s^2}{4\ \mathrm{s}}=2{,}5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^3}.$$

A test rándulása a gyorsulás–idő függvény deriváltja:

$$j_0=\frac{\mathrm{d}a(t)}{\mathrm{d}t},\qquad \text{tehát}\qquad a(t)=j_0\,t;$$

a test gyorsulása a sebesség–idő függvény deriváltja:

$$j_0\,t=\frac{\mathrm{d}v(t)}{\mathrm{d}t},\qquad \text{tehát}\qquad v(t)=j_0\frac{t^2}{2};$$

végül a test sebessége az út–idő függvény deriváltja:

$$j_0\frac{t^2}{2}=\frac{\mathrm{d}s(t)}{\mathrm{d}t},\qquad \text{tehát}\qquad s(t)=j_0\frac{t^3}{6}.$$

(Kihasználtuk, hogy kezdetben, $t=0$ pillanatban a test gyorsulása, a sebessége és az elmozdulása is nulla.)

Ezek szerint a test sebessége $t=3$ s múlva

$$v(3\text{ s})=2{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^3}\,\frac{(3\text{ s})^2}{2}=11{,}25\ \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

a megtett útja pedig

$$s(3\text{ s})=2{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^3}\,\frac{(3\text{ s})^3}{6}=11{,}25\text{ m}.$$

Nem használtuk fel a 2 másodperc alatt megtett út megadott értékét, de ellenőrizhetjük, hogy az helyes-e:

$$s(2\text{ s})=2{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^3}\,\frac{(2\text{ s})^3}{6}=\frac{10}{3}\text{ m}.$$

Waldhauser Miklós (Szegedi Radnóti M. Kísérleti Gimn., 11. évf.) dolgozata alapján

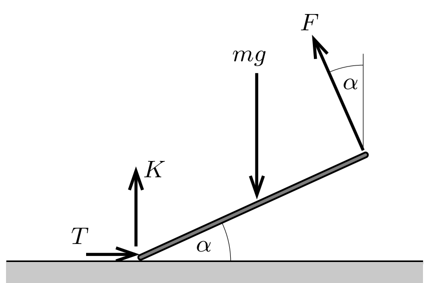
84 dolgozat érkezett. Helyes 51 megoldás. Kicsit hiányos (4 pont) 13, hiányos (1–3 pont) 14, hibás 1, nem versenyszerű 5 dolgozat.

P. 5357. *Vízszintes asztallapon fekszik egy homogén tömegeloszlású rúd. Ezt a rudat lassan függőleges helyzetbe hozzuk az egyik végére ható, a rúdra mindenkor merőleges erővel. Legalább mekkora a rúd és az asztallap közötti tapadási súrlódási együttható, ha a rúd nem csúszik meg felállítás közben?*

(*5 pont*) Amerikai feladat nyomán

I. megoldás. Mivel a rudat lassan emeljük, ezért a rúd minden pillanatban nyugalmi helyzetűnek tekinthető. Emiatt a rúd minden helyzetében a rá ható erők összege és a forgatónyomatékok összege is *nulla.*

Legyen a rúdra mindenkor merőleges erő nagysága F, az asztal által kifejtett függőleges irányú kényszererő legyen K, a vízszintes irányú tapadási súrlódási erő pedig T. A rúd hosszát jelöljük ℓ-lel, tömegét m-mel, a vízszintessel bezárt szöge (ami lassan változik 0°-tól 90°-ig) legyen α (lásd az *1. ábrát*).



1. ábra

A forgatónyomatékok egyensúlyát (statikus esetben) a rúd bármely pontjára felírhatjuk. Legyen ez a pont a rúdnak az asztallal érintkező végpontja. Ekkor

$$F\ell=mg(\cos\alpha)\frac{\ell}{2},$$

vagyis

$$F = \frac{mg}{2}\cos\alpha. \tag{1}$$

A rúdra ható erők vízszintes irányú komponenseinek egyensúlya:

$$T(\alpha) = F\sin\alpha = \frac{mg}{2}\sin\alpha\,\cos\alpha, \tag{2}$$

a függőleges irányú komponenseké pedig

$$K + F\,\cos\alpha = mg,$$

ahonnan (1) felhasználásával

$$K(\alpha) = mg - \frac{mg\,\cos^2\alpha}{2}.$$

Az α szögben megemelt rúd akkor nem csúszik meg az asztalon, ha

$$T(\alpha) \leqslant \mu K(\alpha),$$

vagyis

$$\mu \geqslant \frac{T}{K} = \frac{\sin\alpha\,\cos\alpha}{2-\cos^2\alpha},$$

amit így is felírhatunk:

$$\mu \geqslant \frac{\sin\alpha\,\cos\alpha}{2\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}. \tag{3}$$

Bővítsük (3) jobb oldalán álló törtet $\frac{1}{\cos^2\alpha}$-val:

$$\mu \geqslant \frac{\operatorname{tg}\alpha}{2\operatorname{tg}^2\alpha+1} = \frac{1}{2\operatorname{tg}\alpha+\frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}}. \tag{4}$$

Ennek az összefüggésnek tetszőleges $\operatorname{tg}\alpha$-ra teljesülnie kell, hiszen a rúd semelyik helyzetében nem csúszik meg. Alkalmazzuk (4) jobb oldalának nevezőjére a számtani és a mértani közepekre vonatkozó egyenlőtlenséget:

$$2\operatorname{tg}\alpha + \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha} \geqslant 2\sqrt{2\operatorname{tg}\alpha\cdot\frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}} = \sqrt{8},$$

ezzel a (4) feltétel:

$$\mu \geqslant \frac{1}{\sqrt{8}} \approx 0{,}35.$$

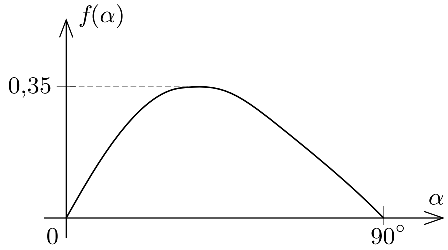
Ha ez teljesül, akkor a rúd a felállítása során nem csúszik meg.

Beke Bálint (Budapest, ELTE Apáczai Csere J, Gyak. Gimn., 11. évf.)

II. megoldás. Az I. megoldás gondolatmenetét követve a meg nem csúszás feltételére ezt kapjuk:

$$\mu \geqslant \frac{\sin\alpha\,\cos\alpha}{2-\cos^2\alpha} \equiv f(\alpha).$$

Ha ábrázoljuk az $f(\alpha)$ függvény grafikonját (pl. a `https://www.geogebra.org/classic?lang=hu` vagy a `https://www.wolframalpha.com/` alkalmazás segítségével), arról (lásd a *2. ábrát*) leolvashatjuk, hogy $f(\alpha)$ legnagyobb értéke kb. 0,35. Ha a tapadó súrlódási együttható ennél a számnál nagyobb, akkor a rúd függőleges helyzetbe hozható anélkül, hogy megcsúszna az asztalon.



2. ábra

Több dolgozat alapján

44 dolgozat érkezett. Helyes 23 megoldás. Kicsit hiányos (4 pont) 3, hiányos (1–3 pont) 10, hibás 6, nem versenyszerű 2 dolgozat.

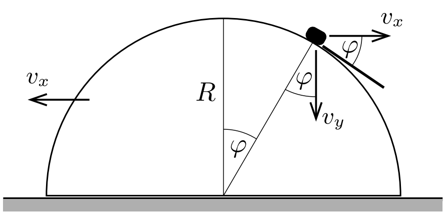
P. 5364. *Sima, vízszintes, súrlódásmentes síkon nyugszik egy R sugarú, m tömegű félhenger, domború felével felfelé. A félhenger tetejéről nyugalmi helyzetből indul el súrlódás nélkül egy kis méretű, de ugyancsak m tömegű test. Milyen hosszú utat tesz meg ez a test a félhengeren, mielőtt elválik tőle?*

(*5 pont*) Közli: *Szász Krisztián,* Budapest

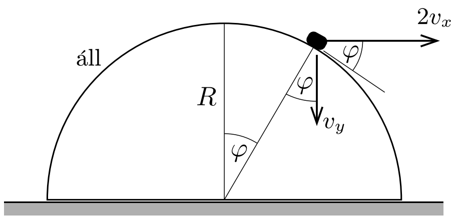
Megoldás. A kis testre a nehézségi erő hat lefelé, valamint a félhenger által kifejtett nyomóerő a félhenger felszínére merőlegesen. A félhengerre a gravitációs erő hat lefelé, az alátámasztás által kifejtett nyomóerő fölfelé, és a kis testre kifejtett nyomóerő ellenereje. Vízszintes irányban külső erő nem hat, a rendszer vízszintes irányú lendülete állandó, végig nulla, mint a kezdeti pillanatban. Ez úgy lehetséges, ha a henger sebessége és a kis test sebességének vízszintes komponense azonos nagyságú és ellenkező irányú (*1. ábra*).

Az energiamegmaradás törvénye szerint

$$mgR = mgR\cos\varphi + \frac{1}{2}mv_x^2 + \frac{1}{2}m\big(v_x^2+v_y^2\big),$$



1. ábra



2. ábra

ahonnan

$$2gR(1-\cos\varphi)=2v_x^2+v_y^2. \tag{1}$$

A félhengerrel együtt mozgó vonatkoztatási rendszerben a félhenger áll, a kis test pedig egy kör mentén, a kör érintőjének irányában mozog. A kis test sebességének vízszintes komponense $2v_x$. Kényszerfeltétel, hogy a körpálya érintőjére merőleges sebességkomponens nulla: $v_y\cos\varphi=2v_x\sin\varphi$. Ezt (1)-be helyettesítve kapjuk, hogy

$$v_x^2=gR\frac{1-\cos\varphi}{1+2\operatorname{tg}^2\varphi}.$$

Amíg a kis test a félhenger felszínén mozog, addig v_x nem csökkenhet, hiszen a kör felszínére merőleges kényszererő vízszintes komponense a félhenger sebességével azonos irányba mutat, a nehézségi erőnek és a talaj nyomóerejének pedig nincs vízszintes komponense. A kis test akkor válik el a kör felszínéről, amikor a félhenger által kifejtett kényszererő nullává válik, vagyis amikor v_x értéke a legnagyobb. Ez ott következik be, ahol az

$$f(\varphi)=\frac{1-\cos\varphi}{1+2\operatorname{tg}^2\varphi}$$

függvénynek maximuma van a $[0;\pi/2]$ intervallumon. Szélsőértékszámítással, vagy $f(\varphi)$ grafikus ábrázolásával belátható, hogy $\varphi=\varphi_{\max}\approx 0{,}75(\mathrm{rad})\approx 43^\circ$ szögnél van a maximum, így a kis testnek a félhenger felszínén megtett útja:

$$s=R\varphi_{\max}\approx 0{,}75\,R.$$

Dóra Márton (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn., 12. évf.)

50 dolgozat érkezett. Helyes 16 megoldás. Kicsit hiányos (4 pont) 1, hiányos (1-3 pont) 21, hibás 7, nem versenyszerű 5 dolgozat.

P. 5366. *Ideális gáz állandó nyomáshoz, illetve állandó térfogathoz tartozó fajhőinek hányadosa κ.*

a) A gáz adiabatikusan tágul. Mekkora a gáz munkájának és a belső energia megváltozásának aránya?

b) A gáz izotermikusan összenyomódik. Mekkora a gáz munkájának és a felvett hőnek az aránya?

c) A gázt izobár folyamatban melegítjük. Mekkora a gáz munkájának és a felvett hőnek az aránya?

(*4 pont*) Közli: *Zsigri Ferenc,* Budapest

Megoldás. *a*) Ha a gáz adiabatikusan tágul, akkor a gázon végzett munka (W) negatív (azaz a gáz végez munkát: $W=-W_{\text{gáz}}$), és a gáznak átadott hő $Q=0$. Az I. főtétel szerint a belső energia változása $\Delta U=Q+W$. Mivel $Q=0$, $\Delta U=W=-W_{\text{gáz}}$, így $W_{\text{gáz}}$ és ΔU aránya -1.

b) Ha a gáz izotermikusan összenyomódik, akkor a hőmérséklet-változás $\Delta T=0$. Ideális gázra

$$\Delta U=\frac{f}{2}nR\Delta T,$$

ahol f a szabadsági fokok száma, n a gáz mennyisége molban és R a gázállandó. Állandó hőmérsékleten a belső energia állandó, tehát $\Delta U=0$. Mivel $\Delta U=$ $=Q+W=0$, így $Q=-W=W_{\text{gáz}}$, tehát a gáz munkájának és a felvett hőnek az aránya $+1$.

c) Ha a gázt izobár folyamatban melegítjük, akkor a nyomása állandó, azaz $\Delta p=0$. A belső energia változása:

$$\Delta U=\frac{f}{2}\,p\Delta V.$$

Kihasználtuk az egyetemes gáztörvényt, ami szerint esetünkben

$$n\,R\,\Delta T=\Delta(pV)=p\Delta V.$$

Másrészt tudjuk, hogy

$$Q+W=\Delta U=\frac{f}{2}\,p\Delta V,$$

továbbá hogy a gáz által végzett munka:

$$W_{\text{gáz}}=p\Delta V.$$

Ezek szerint

$$Q+W=Q-W_{\text{gáz}}=\frac{f}{2}\,W_{\text{gáz}},$$

azaz

$$Q=\left(\frac{f}{2}+1\right)W_{\text{gáz}}.$$

Az ideális gáz állandó nyomáshoz, illetve állandó térfogathoz tartozó fajhőinek hányadosa a szabadsági fokokkal kifejezve:

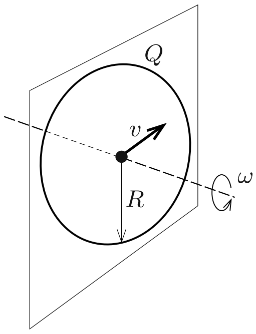
$$\kappa=\frac{f+2}{f},\qquad \text{ahonnan}\qquad f=\frac{2}{\kappa-1}$$

következik. Így izobár változásnál a gáz munkájának és a felvett hőnek az aránya:

$$\frac{W_{\text{gáz}}}{Q}=\frac{\kappa-1}{\kappa}=1-\frac{1}{\kappa}.$$

Csillingek csapat:
Csilling Dániel (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 9. évf.) és
Csilling Katalin (Budapest, Szilágyi E. Gimn., 12. évf.)

61 dolgozat érkezett. Helyes 15 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 11, hiányos (1–2 pont) 21, hibás 9, nem versenyszerű 5 dolgozat.



P. 5368. *Egy* $R=30$ cm *sugarú, fémhuzalból készült karikának* $Q=6\cdot 10^{-6}$ C *töltést adunk, majd a középpontján átmenő, a síkjára merőleges tengely körül* $\omega=520$ 1/s *szögsebességgel megforgatjuk vákuumban. Egy adott pillanatban egy elektron éppen a karika középpontján repül át* $v=120$ m/s *nagyságú, a karika síkjába eső sebességgel.*

Mekkora az elektron pályájának görbületi sugara a karika középpontjában, ha ott a Föld mágneses tere éppen az elektron sebességének irányába mutat?

(*5 pont*) Közli: *Holics László,* Budapest

Megoldás. A karikával együtt forgó töltések

$$I=\frac{\Delta Q}{\Delta t}=\frac{Q}{T}=\frac{Q}{\frac{2\pi}{\omega}}=\frac{Q\omega}{2\pi}$$

erősségű áramot hoznak létre. A karikát tehát tekinthetjük egy R sugarú körvezetőnek, amelyben I erősségű áram folyik.

Az elektron pillanatnyi helyén, vagyis a körvezető középpontjában a mágneses indukcióvektor nagysága

$$|\boldsymbol{B}|=\mu_0\frac{I}{2R}=\mu_0\frac{Q\omega}{4\pi R},$$

iránya pedig merőleges a karika síkjára.

A $(-e)$ töltésű, $\boldsymbol{B}$-re merőleges sebességű elektronra ható Lorentz-erő nagysága

$$F=\big|(-e)(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B})\big|=evB=\frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{evQ\omega}{R}.$$

(Mivel a földi mágneses tér iránya éppen párhuzamos az elektron sebességével, így a Lorentz-erő számításánál figyelmen kívül hagyható.)

Az m tömegű elektronra ható mágneses erő a részecske pályáját elgörbíti. Newton mozgásegyenlete szerint

$$F=m\frac{v^2}{r},$$

ahol r a pálya görbületi sugara a karika középpontjában. Innen kapjuk, hogy a keresett görbületi sugár:

$$r=\frac{mv^2}{F}=\frac{4\pi}{\mu_0}\,\frac{mvR}{eQ\omega}=10^7\,\frac{(9{,}11\cdot 10^{-31})\cdot 120\cdot 0{,}3}{(1{,}6\cdot 10^{-19})\cdot(6\cdot 10^{-6})\cdot 520}\,\mathrm{m}\approx 66\ \mathrm{cm}.$$

Bencz Benedek (Budapest, Baár-Madas Ref. Gimn., 9. évf.)

25 dolgozat érkezett. Helyes 11 megoldás. Kicsit hiányos (4 pont) 7, hiányos (1–3 pont) 4, hibás 1, nem versenyszerű 2 dolgozat.

P. 5370. *Egy rövidlátó ember szemének közelpontja* 8 cm*-re van a szemétől szemüveg nélkül. Mekkora lesz a közelpontjának a távolsága, ha felveszi* -5 *dioptriás szemüvegét?*

(*4 pont*) Közli: *Honyek Gyula*, Veresegyház

Megoldás. Az egyszerűség kedvéért tekintsük a szemet optikai szempontból egyetlen vékony lencsének, jóllehet a tényleges helyzet ennél bonyolultabb.

Jelölések:
– f_1 a szem fókusztávolsága,
– $D_1=\frac{1}{f_1}$ a szem dioptriája,
– f_2 a szemüveg fókusztávolsága,
– $D_2=\frac{1}{f_2}$ a szemüveg dioptriája,
– t_1 a közelpont és a szemlencse távolsága szemüveg nélkül,
– t_2 a közelpont és a szemlencse távolsága szemüveggel,
– k a szemlencse és a retina távolsága (a szem mérete).

Megjegyzés. A szem f_1 fókusztávolságát bizonyos határok között képesek vagyunk változtatni, legkisebb értéke a közelpontban lévő tárgytávolságnak felel meg. Ez az adat is független a szemüveg viselésétől.

A méterben mért fókusztávolság reciproka (a dioptria) megegyezik a közelponttávolság reciprokának és a képtávolság reciprokának összegével:

$$D_1=\frac{1}{t_1}+\frac{1}{k}.$$

A szemüveg és a szemlencse nagyon közel van egymáshoz, így a dioptriájuk összeadódik, tehát a szemüveges ember szeme D_1+D_2 dioptriásnak tekinthető.

A kép szemüveggel és anélkül is a szem „hátulján”, tehát ugyanott keletkezik, így fennáll, hogy

$$D_1+D_2=\frac{1}{t_2}+\frac{1}{k}.$$

A fenti két egyenlet különbségéből $D_2=\frac{1}{t_2}-\frac{1}{t_1}$ adódik, vagyis (méter egységekkel számolva): $-5=\frac{1}{t_2}-\frac{1}{0{,}08}$. Innen

$$\frac{1}{t_2}=-5+12{,}5,\qquad \text{azaz}\qquad t_2=0{,}133\ \text{m}.$$

Tehát a rövidlátó ember közelpontjának távolsága kb. 13 cm-re lesz a szemétől, ha felveszi a szemüvegét.

Marozsi Lenke Sára (Kecskeméti Katona J. Gimn., 11. évf.) és
Vig Zsófia (Szeged, SZTE Gyak. Gimn., 11. évf.)
dolgozata alapján

67 dolgozat érkezett. Helyes 39 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 7, hiányos (1–2 pont) 8, hibás 2, nem versenyszerű 11 dolgozat.

P. 5371. *A tau-részecske* (τ) *elektromos töltése ugyanakkora, mint az elektroné. Tömege* 3470-*szer akkora, mint az elektroné és* 1,89-*szer akkora, mint a protoné. Nagyon rövid az élettartama* ($3 \cdot 10^{-13}$ s), *mégis előfordulhat, hogy a protonnal kötött rendszert alkot. Ebben az esetben a két részecske a közös tömegközéppont körül körpályán kering, és a rendszer teljes perdülete* $n\hbar$ ($n = 1, 2, \ldots$).

a) Adjuk meg a τ*-proton atom és a* H*-atom színképeiben a megfelelő hullámhosszak arányát!*

b) Mekkora a τ*-proton atom kötési energiája?*

(*5 pont*) Közli: *Simon Péter,* Pécs

Megoldás. A $\tau-\mathrm{p}$ atom (tau-hidrogén) energiaszintjeit az $\mathrm{e}-\mathrm{p}$ rendszer (közönséges H-atom) energiaszintjeihez hasonló módon kaphatjuk meg, alkalmazva a Bohr-féle atommodell feltevéseit. A két eset közötti különbség az, hogy a τ-részecske tömege összemérhető a proton tömegével, emiatt célszerű merev testként kezelni ezt a rendszert.

Legyen a két részecske távolsága r, a tömegközéppontjuktól mért távolságok pedig

$$r_\mathrm{p} = \frac{m_\tau}{m_\tau + m_\mathrm{p}}\, r, \qquad \text{illetve} \qquad r_\tau = \frac{m_\mathrm{p}}{m_\tau + m_\mathrm{p}}\, r.$$

A τ-proton „merev test" tehetetlenségi nyomatéka a részecskék mozgási síkjára merőleges, a tömegközépponton átmenő tengelyre:

$$\Theta = m_\mathrm{p} r_\mathrm{p}^2 + m_\tau r_\tau^2 = \frac{m_\mathrm{p}\, m_\tau}{m_\tau + m_\mathrm{p}}\, r^2 \equiv m^*\, r^2. \tag{1}$$

(Az m^* mennyiséget a két részecske *redukált tömegének* nevezik.)

Ha a két részecske (mint merev test) ω szögsebességgel forog a közös tömegközéppont körül, akkor a perdülete (impulzusnyomatéka) a Bohr-féle kvantumfeltétel szerint

$$\Theta\omega = n\hbar, \tag{2}$$

ahol $\hbar = h/(2\pi)$ és n pozitív egész szám.

Mindkét részecske körmozgását a Coulomb-erő biztosítja:

$$m_\mathrm{p} r_\mathrm{p} \omega^2 = m_\tau r_\tau \omega^2 = k\frac{e^2}{r^2},$$

ahonnan

$$m^* r \omega^2 = k\frac{e^2}{r^2}. \tag{3}$$

Az (1), (2) és (3) összefüggésből kiszámíthatjuk, hogy

$$\omega = \frac{m^*(ke^2)^2}{(n\hbar)^3}, \qquad \text{illetve} \qquad r = \frac{(n\hbar)^2}{m^*(ke^2)}.$$

A rendszer teljes energiája a kinetikus és a potenciális energia összege:

$$E = E_{\text{kin.}} + E_{\text{pot.}},$$

ahol

$$E_{\text{kin.}} = \frac{1}{2}\Theta\omega^2 = \frac{m^*(ke^2)^2}{2n^2\hbar^2}$$

a mozgási (kinetikus) energia,

$$E_{\text{pot.}} = -\frac{ke^2}{r} = -\frac{m^*(ke^2)^2}{n^2\hbar^2}$$

pedig a rendszer potenciális (Coulomb-) energiája. Leolvashatjuk, hogy az összenergia

$$E = -\frac{m^*(ke^2)^2}{2n^2\hbar^2},$$

ami *a redukált tömeggel arányos.*

Hasonlítsuk össze a τ-proton és az elektron-proton rendszer kötési energiáját, vagyis számítsuk ki a redukált tömegek arányát. A hidrogénatomnál a redukált tömeg gyakorlatilag az elektron tömege (m_{e}), hiszen $m_{\text{e}} \ll m_{\text{p}}$. A megadott tömegarányok szerint a redukált tömegek aránya:

$$\frac{m^*_{\tau-\text{p}}}{m^*_{\text{e}-\text{p}}} = \frac{m_{\text{p}}\, m_\tau}{m_{\text{e}}(m_\tau + m_{\text{p}})} = \frac{m_{\text{p}}}{m_\tau}\cdot\frac{m_\tau}{m_{\text{e}}}\cdot\frac{m_\tau}{m_\tau + m_{\text{p}}} = \frac{3470}{1{,}89}\cdot\frac{1{,}89}{2{,}89} \approx 1200.$$

a) A τ-proton rendszer energiaszintjeinek abszolút értéke 1200-szor nagyobb, mint a hidrogénatom megfelelő energiaszintjeinek abszolút értéke. A Bohr-modell szerint a kisugárzott fotonok energiája az energiaszintek különbségével egyezik meg. Az elektromágneses hullámok frekvenciája (a $hf = \Delta E$ összefüggés szerint) ugyancsak egyenesen arányos a redukált tömeggel, a megfelelő hullámhosszak tehát a τ-proton színképében kb. 1200-szor rövidebbek, mint a H-atoméban.

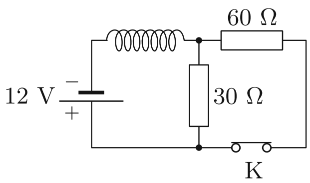
b) A kötési energia (az $n = 1$-es állapot ionizálásához szükséges energia) a τ-protonnál 1200-szor nagyobb, mint a H-atom 13,6 eV kötési energiája, tehát mintegy 16,3 keV, azaz kb. $2{,}6 \cdot 10^{-15}$ J.

Téglás Panna (Révkomárom, Selye János Gimn., 12. évf.)

15 dolgozat érkezett. Helyes 7 megoldás. Kicsit hiányos (4 pont) 1, hiányos (1–3 pont) 5, hibás 2 dolgozat.

P. 5378. *Az ábrán látható áramkör* K *kapcsolója hosszú ideje zárva van. Egyszer csak a kapcsolót kinyitjuk. Mekkora a tekercsben indukálódó feszültség nagysága közvetlenül a kapcsoló kinyitása után?*

(5 pont) *Példatári feladat nyomán*



Megoldás. A kapcsoló zárt állásában az áramkör eredő ellenállása

$$R_\mathrm{e}=\frac{1}{\frac{1}{60\ \Omega}+\frac{1}{30\ \Omega}}=20\ \Omega.$$

A főágban, vagyis a tekercsen keresztül

$$I=\frac{U}{R_\mathrm{e}}=\frac{12\ \mathrm{V}}{20\ \Omega}=0{,}6\ \mathrm{A}$$

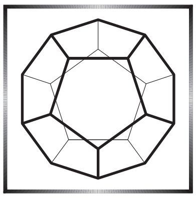
erősségű áram folyik.

Közvetlenül a kapcsoló kinyitása után a tekercsen átfolyó áram erőssége még mindig 0,6 A lesz. (Ha az áramerősség nagyon rövid idő alatt véges értékkel megváltozna, akkor az áramerősséggel arányos mágneses fluxus változási sebessége nagyon nagy lenne, ami nagyon nagy feszültséget indukálna a tekercsben.)

Az I erősségű áram most csak a 30 Ω-os ellenálláson folyik keresztül, azon tehát $0{,}6\ \mathrm{A}\cdot 30\ \Omega=18\ \mathrm{V}$ lesz a feszültség. Ez nagyobb, mint az áramforrás kapocsfeszültsége, a „hiányzó” 6 V feszültség tehát a tekercsben fog indukálódni.

Josepovits Gábor (Budapest, Szerb Antal Gimn., 11. évf.)

22 dolgozat érkezett. Helyes 15 megoldás. Hiányos (1–2 pont) 6, hibás 1 dolgozat.



Nyári fizikatábor

2022. június 24. és június 30. között

Ismét megrendezzük a több évtizedes hagyományokkal rendelkező fizikatábort Dombóvár-Gunaras Üdülőfaluban, az apartman házakban és a hozzájuk tartozó zöldterületen. A táborba várjuk olyan fizika iránt nyitott tanulók jelentkezését a 9–11. évfolyamokról, akik tudnák vállalni az aktív tábori részvételt a vele járó utazási viszontagságokkal együtt. Elsősorban a KöMaL feladatmegoldóit várjuk, de korlátozott számban más – a fizika iránt határozottan érdeklődő – diák is részt vehet a táborban, ha valamilyen versenyeredménye, vagy a fizikatanárának ajánlása ezt alátámasztja.

A táborban (külön tanárokkal és programmal) részt vesz a nemzetközi matematikai diákolimpiára készülő „matematikus csapat” is, és az esti előadásokat (nemzetközileg is ismert előadókkal) közösen hallgathatjátok meg. A táborba olyan határon túli magyar középiskolásokat is várunk, akik aktív KöMaL versenyzők, vagy a fizika iránt elkötelezett, más versenyeken eredményesen szereplő diákok.

A Nemzeti Tehetségprogram keretében pályázott és elnyert összeg 2 860 000 Ft, mely pályázati forrásból biztosítja a MATFUND Alapítvány a tábor költségének egy részét (szállás + napi háromszori étkezés, fürdőbelépő, jutalmak, előadók tiszteletdíja stb.).