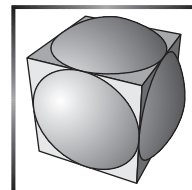


**Az A pontversenyben kitűzött
nehezebb feladatok
(824–826.)**



A. 824. Pozitív számok egy végtelen H halmazát töménynek nevezzük, ha minden $[1/(n+1), 1/n]$ alakú intervallumban (ahol n tetszőleges pozitív egész szám) van egy olyan szám, amely előáll két H -beli elem különbségeként. Létezik-e olyan tömény halmaz, amelyben a számok összege véges?

Javasolta: *Szűcs Gábor* (Szikszó)

A. 825. Keressük meg az összes $f: \mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ függvényt, amelyre tetszőleges n és k pozitív egészekre $f(nk^2) = f(n)f^2(k)$, továbbá $\frac{f(n+1)}{f(n)}$ tart 1-hez.

A. 826. Az antilop egy sakkbábu, amely a huszárhoz hasonlóan lép: az $(x_1; y_1)$ mezőről pontosan akkor érhető el az $(x_2; y_2)$ mező antilopugrással, ha

$$\{|x_1 - x_2|, |y_1 - y_2|\} = \{3, 4\}.$$

Egy $10^6 \times 10^6$ méretű táblázat mezőit kitöltjük az egész számokkal 1-től 10^{12} -ig. Legyen D azon számok halmaza, amelyek $|a - b|$ alakban írhatóak, ahol az a -hoz tartozó mezőről elérhető a b -hez tartozó mező antilopugrással. Hányféle módon lehet elrendezni a számokat úgy, hogy D pontosan négy elemből álljon?

Javasolta: *Nikolai Beluhov* (Bulgaria)

Beküldési határidő: 2022. május 10.

Elektronikus munkafüzet: <https://www.komal.hu/munkafuzet>



Informatikából kitűzött feladatok



I. 562 (É). Egy műhold segítségével téglalap alakú területről fényerősség értékeket mértek éjszakai időszakban. A fényerősség 0 azon a helyen, ahol teljes a sötétség, és 100, ahol a műszer érzékelője maximumot érzékel. A téglalap alakú terület $N \times M$ négyzet területegységből áll, amelyek mindegyikét egy-egy fényerősség érték jellemez. A térkép szélein lévő kivételével minden területegységnek négy közvetlen szomszédja van.

Rendelkezésünkre áll a `terkep.txt` adatfájl, amelynek első sorában két egész szám ($1 \leq N, M \leq 100$) található, a térkép sorainak és oszlopainak száma. Az állomány következő N sorában, soronként M darab 0 és 100 közötti egész szám található, a fényerősség értékek. A térkép szélén a fényerősség értéke mindenhol 0. Az állomány soraiban az adatokat egy-egy szóköz választja el egymástól.

Készítsünk programot `i562` néven, amely az állomány adatait felhasználva a következő kérdésekre ad választ.

1. Olvassuk be és tároljuk el a `terkep.txt` állomány adatait, és annak felhasználásával oldjuk meg a következő feladatokat.
2. Határozzuk meg, hogy a terület hány százaléka nem sötét teljesen. Az eredményt két tizedesjegy pontossággal írjuk ki.

Fényesnek nevezzük azokat a mérési pontokat, amelyek nagyobb fényerősségűek a négy közvetlen szomszédjuknál.

Minta bemenet (a fényes mérési pontok félkövér stílussal):

7	8							
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	12	52	0	86	0	0	0	0
0	0	14	86	46	52	43	0	
0	40	100	32	96	36	66	0	
0	0	16	51	72	30	35	0	
0	0	8	91	100	41	86	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0

3. Írjuk a képernyőre a fényes mérési pontok számát.
4. Határozzuk meg a legkisebb területű azon téglalap bal felső és jobb alsó sarkának a koordinátáit, amelyben az összes fényes mérési pont benne van.
5. Határozzuk meg annak a $K \times K$ -s négyzetnek a bal felső koordinátáit, amelyben a legtöbb fényes mérési pont van. K értékét ($1 \leq K \leq \min(N, M)$) olvassuk be a billentyűzetről. Ha több megoldás van, akkor bármelyiket megadhatjuk.

Beküldendő egy tömörített `i562.zip` állományban a program forráskódja és rövid dokumentációja, amely megadja, hogy a forrásállomány melyik fejlesztői környezetben fordítható.

I. 563. Anna és Péter játék rulettel játszanak, illetve a játék nyeresi lehetőségeit tanulmányozzák. A rulettben 0-tól 36-ig terjednek a számok. A rulettkeréken a számok egy körgyűrű 37 fiókjában találhatóak, ezek közül zöld színű a nulláé, a többi harminchat szám fele-fele fekete, illetve piros színű dobozban foglal helyet.

Most csak színekre fogadnak, amely nyeres esetén a tét kétszeresét fizeti, vesztesnél a tét a banké. Anna csak pirosra és Péter csak feketére tesz. Céljuk a kezdőtőkijük megkétszerezése. Egyforma zsetonszámmal kezdenek és elsőre mindketten 1-1 zsetont tesznek. Ha Anna veszít, akkor megkétszerezi a tétjét, ha nyer, akkor újra egyet tesz. Péter vesztes esetén eggyel növeli a tétjét, míg ha nyer, akkor ő is

visszatér a kezdeti tételre. A piros és a fekete valószínűsége természetesen azonos, de nem pontosan 50%, mivel a golyó a 0-ra érkezik 1/37-ed eséllyel, amely zöld színű. Ekkor mindkettő vesztenek. A bank tőkéje korlátlan.

Táblázatkezelő program segítségével oldjuk meg a játék szimulációját. A táblázat elrendezése tetszőleges lehet, de ügyeljünk az áttekinthetőségre és a megértést feliratokkal segítsük elő. A táblázat legyen felkészítve arra, hogy a játék hosszú is lehet, de a még fel nem használt cellák maradjanak üresen. A kezdőtőke 10 és 100 zseton között változhat.

Indulásnak adjuk meg, hogy mennyi Anna és Péter kezdőtőkéje. A játék addig tartson, amíg az egyikőjük vagy eléri a kezdőtőke kétszeresét, vagy elveszíti az összes zsetonját.

Értékelés: a feladat megoldása eddig 7 pontot ér. További 3 pont kapható, ha egymás utáni 10 játék alapján meghatározzuk, hogy hányszor tesz tétet Anna és Péter a játék során.

Beküldendő egy `i563.zip` tömörített állományban a táblázatkezelő munkafüzet, illetve egy rövid dokumentáció, amelyben szerepel a megoldáskor alkalmazott táblázatkezelő neve, verziószáma.

I. 564. Az ingamozgás során a test egy köríven, két szélső helyzet között periodikus mozgást végez.

Készítsünk animációt egy SVG-típusú vektorgrafikus képállományba, amely egy inga mozgását mutatja be. Az animációban szereplő alakzatok tetszőleges méretűek, színűek és kitöltésűek lehetnek. Az animációt a képállomány szövegének szerkesztésével érdemes megoldani. Az animációban az alakzatok olyan sebességgel mozogjanak, hogy a mozgás megfigyelhető legyen. A lejátszási idő, az ismétlődések száma, valamint más paraméterek szabadon választhatók.

SVG-ábra animációjának készítése szerepelt az **I. 357.** feladatban, illetve az ábra szerkezetéről olvashatunk a <http://svg.elte.hu/> címen.

Értékelés: a matematikai inga mozgásának bemutatásával 7 pont és az ingamozgás további jelenségének ábrázolásával még 3 pont érhető el.

Beküldendő tömörített `i564.zip` állományban az animáció SVG-állománya és egy rövid dokumentáció, amely tartalmazza a megoldás vázlatos leírását.

I/S. 62. Egy országban N város található, és közöttük M darab kétirányú út vezet. Szeretnénk kiépíteni egy hálózatot úgy, hogy bizonyos városokba adótornyokat telepítsünk (mindegyikbe legfeljebb egyet). A városokat 1-től N -ig indexeljük.

Egy út tökéletesen lefedett, ha pontosan az egyik végpont városába telepítünk adótornyot. Adjuk meg, hogy maximum hány adótornyot tudunk telepíteni úgy, hogy mind az M út tökéletesen legyen lefedve.

A bemenet első sorában az N és M számok találhatóak szóközzel elválasztva. A következő M sor mindegyike két számot tartalmaz: egy adott várospár indexeit, amelyeket út köt össze.

A kimenet egyetlen sorában egy szám szerepeljen: maximum hány adótornyot tudunk telepíteni a feltételeknek megfelelően. Ha ez nem lehetséges, írjunk ki -1 -et.

Bemenet	Kimenet
5 3 1 2 / 3 2 / 4 5	3

Magyarázat: telepítsünk adótornyot az 1, 3, 5 indexű városokba.

Korlátok: $1 \leq N, M \leq 10^5$. Időlimit: 0,4 mp.

Értékelés: a pontok 50%-a kapható, ha az $1 \leq N, M \leq 10$ feltételek esetén a program helyes kimenetet ad.

Beküldendő egy `is62.zip` tömörített állományban a megfelelően dokumentált és kommentezett forrásprogram, amely tartalmazza a megoldás lépéseit, valamint megadja, hogy a program melyik fejlesztői környezetben futtatható.

S. 161. Egy épület különböző pontjaira vizet kell vezetni. Az épület tervrajzán N darab pont mutatja ezeket a helyeket. A tervrajzra gondolatban egy koordináta-rendszert illesztünk, amelyen az N pont mindegyike egész koordinátákra esik. A vezetéseket úgy építik, hogy a pontokat összekötik egyenes csövekkel úgy, hogy bármelyikből bármelyik másikba el lehessen jutni a csöveken haladva. A merev csövet csak a tervrajzon jelölt pontokban tudjuk elágaztatni és nem is keresztezhetik egymást. Minden cső a koordináta-rendszer egy-egy rácsvonalára kerül és két megadott pontot köt össze. Adjuk meg, hogy legalább milyen hosszú lesz a csővezetékek hossza, ha közvetlenül bármely két pontot összekötjük.

Bemenet: az első sor tartalmazza a pontok N számát. A következő N sor mindegyike egy-egy pont x és y koordinátáját tartalmazza.

Kimenet: a kimenet első és egyetlen sorába a csövek lehető legkisebb összhosszát kell kiírni. Ha nem lehet őket mind összekötni, akkor -1 -et kell kiírni.

Minta:

Bemenet (a / jel sortörést helyettesít)	Kimenet
6 / 0 2 / 0 3 / 1 0 / 1 3 / 2 2 / 2 3	7

Korlátok: a koordináták abszolút értéke legfeljebb 1000 és $N \leq 30$. Időlimit: 0,5 mp.

Értékelés: a pontok 30%-a kapható, ha az x koordináta 0 vagy 1 értéke esetén a program helyes kimenetet ad.

Beküldendő egy `s161.zip` tömörített állományban a megfelelően dokumentált és kommentezett forrásprogram, amely tartalmazza a megoldás lépéseit, valamint megadja, hogy a program melyik fejlesztői környezetben futtatható.

*

A feladatok megoldásai regisztráció után a következő címen tölthetők fel:

<https://www.komal.hu/munkafuzet>

Beküldési határidő: 2022. május 15.

*