Az A pontversenyben kitűzött nehezebb feladatok (821–823.)

A. 821. *a*) Létezik-e olyan $f:\mathbb{N}^2\to\mathbb{N}$ függvény, melyre minden $g:\mathbb{N}\to\mathbb{N}$ függvény és m pozitív egész esetén létezik $n\in\mathbb{N}$, melyre a $\{k\in\mathbb{N}:\ f(n,k)=g(k)\}$ halmaz elemszáma legalább m?

b) Létezik-e olyan $f:\mathbb{N}^2\to\mathbb{N}$ függvény, melyre minden $g:\mathbb{N}\to\mathbb{N}$ függvény esetén létezik $n\in\mathbb{N}$, melyre a $\{k\in\mathbb{N}:\ f(n,k)=g(k)\}$ halmaz elemszáma végtelen?

A. 822. Léteznek-e p, q, r racionális számok, melyekre $p+q+r=0$ és $pqr=1$?

Javasolta: *Weisz Máté* (Cambridge)

A. 823. Legyen n pozitív egész, és tekintsük az $S_n=\{(x,y,z):\ 1\leqslant x\leqslant n,\ 1\leqslant y\leqslant n,\ 1\leqslant z\leqslant n,\ x,y,z\in\mathbb{N}\}$ kockarácsot. Létezik-e olyan n pozitív egész, melyre ki lehet választani S_n elemei közül több, mint $n\sqrt{n}$-t úgy, hogy bármely két kiválasztott rácspont közül az egyiknek legalább két koordinátája szigorúan nagyobb legyen, mint a másik megfelelő két koordinátája?

Javasolta: *Csóka Endre* (Budapest)

Beküldési határidő: 2022. április 10.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`

A matematikai logika logikusabb, mint gondolnánk II.

Ha alaposan megfigyeljük a cikk első részében kapott ábrát, egy további nyereséget is elkönyvelhetünk: ahogy az algebrában, úgy a logikában is vannak azonosságok. Ezek egyike-másika közismert, ahogy az algebrában is vannak nevezetes azonosságok, például $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$. A logikában ilyen a $\neg(A\wedge B)=\neg A\vee\neg B$, vagy $(A\to B)\wedge(B\to A)=A\Leftrightarrow B$.

Ez utóbbi kapcsán felmerül, hogy miként lehet összetettebb logikai kifejezéseket egyszerűbb alakra hozni. Nos, ez egyáltalán nem bonyolult. A könnyebb megértés kedvéért foglaljuk táblázatba az öt alapművelet eredményének szabályát. Elég csak az egyik állapotot megjegyezni, a többi esetben mindig a tagadása lesz az eredmény: az *és* művelet igaz, ha mind a két részállítás igaz, a *vagy* művelet hamis, ha mind a két részállítás hamis, a *kizáró vagy* művelet igaz, ha a két részállítás logikai értéke különböző, az *azonosság* művelet igaz, ha a két részállítás logikai értéke