

pedig az, ha 10^k -hoz adjuk hozzá számjegyeinek összegét, ami 1 (ennél nagyobb számhoz a számjegyei összegét adva biztos nagyobbakat kapunk, ezért mondhatjuk, hogy ez a legnagyobb számból való előállítás).

$n = 2$ -re $10^2 + 1 = 100 + 1 = 91 + 9 + 1$ a két előállítás.

Tegyük fel, hogy van egy $10^k + 1$ szám, ami n különböző számból előállítható, amelyek közül a legnagyobb 10^k . Azt akarjuk tehát most belátni, hogy van egy olyan $10^K + 1$ szám, ami $(n + 1)$ -féleképpen is előáll.

Minden eddigi számhoz, ami a $10^k + 1$ különböző előállításában szerepelt, adjuk hozzá a

$$9 \cdot 10^{k+1} + 9 \cdot 10^{k+2} + 9 \cdot 10^{k+3} + \dots + 9 \cdot 10^{k+10^k} = 10^{10^k+k+1} - 10^{k+1}$$

számot. Mivel a $10^k + 1$ előállításában szereplő legnagyobb szám a 10^k volt, így ezekkel a számokkal annyi történt, hogy a számok elé a 10^{k+1} -es helyiértéktől kezdve a 10^{k+10^k} -es helyiértékig 9-eseket írtunk (és utánuk esetleg valahány 0-t), ez 10^k darab 9-es. Így az összes eddigi n szám és számjegyeinek összege a hozzáadott számmal és annak számjegyeinek összegével, $9 \cdot 10^k$ -nal nőtt, így minden kapott új szám és számjegyeinek összege

$$\begin{aligned} (10^k + 1) + (10^{10^k+k+1} - 10^{k+1}) + 9 \cdot 10^k &= 10^{10^k+k+1} - 10^{k+1} + 10 \cdot 10^k + 1 = \\ &= 10^{10^k+k+1} + 1. \end{aligned}$$

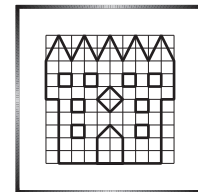
Ez a szám pedig úgy is előáll, ha a 10^{10^k+k+1} számhoz hozzáadjuk számjegyeinek összegét, 1-et. Vagyis a keresett $10^K + 1$ szám, ami $(n + 1)$ -féleképpen előáll: $10^{10^k+k+1} + 1$.

Így minden pozitív egész n -re létezik olyan szám, ami n -féleképpen előáll egy szám és a számjegyösszegének összeadásával, vagyis $n = 2021$ -re is.

Jánosik Máté (Győr, Révai Miklós Gimn., 12. évf.)

42 dolgozat érkezett. 6 pontos 34, 5 pontos 1, 4 pontos 3, 3 pontos 1, 0 pontos 1 dolgozat. Nem számítjuk a versenybe a születési dátum vagy a szülői nyilatkozat hiánya miatt: 2 dolgozat.

**A K pontversenyben kitűzött gyakorlatok
ABACUS-szal közös pontverseny
9. osztályosoknak
(724–728.)**



K. 724. Juli felvágott egy pizzát egyforma szeletekre. Ezután néhány szeletet megevett, 3 szelet viszont megmaradt. Kicsit számolgatva azt vette észre, hogy az egész pizza $3/4$ részét plusz egy szelet $3/4$ részét ette meg. Hány szeletre vágta a pizzát?

K. 725. Egy 3×3 -as táblázat kilenc mezőjére valamilyen sorrendben egy-egy számot írunk a következő szabály szerint: minden mezőre azt a számot írjuk, amely megmutatja, hogy annak a mezőnek hány olyan oldalszomszédja van, amire már írtunk számot. Milyen sorrendben töltöttük ki a táblázat mezőit? Hány lehetőség van? (A mezőket a_1, a_2, \dots, c_3 kódokkal jelöljük.)

3	0	1	1
2	2	3	1
1	2	1	1
	a	b	c

a)

3	2	1	0
2	1	2	3
1	2	0	1
	a	b	c

b)

K. 726. Rendezzük el az $1, 2, 3, 4, \dots, 31, 32$ számokat egy kör mentén úgy, hogy bármely két szomszédos szám összege négyzetszám legyen. Írjuk le azt is, hogy hogyan gondolkoztunk.

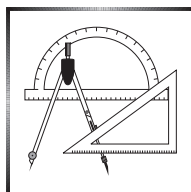
K/C. 727. Egy $n \times n$ -es táblázat mezőire egy-egy pénzérmét helyezünk el úgy, hogy mindegyik érmén a „fej” van felül. Egy lépésben bármelyik sorban vagy oszlopban pontosan három érmét fordíthatunk meg, így azokon a fejből írás lesz, az írásból pedig fej. Elérhetjük-e így valahány lépésben, hogy minden érmén írás legyen felül, ha $n > 2$? Válaszunkat indokoljuk.

K/C. 728. Van 10 darab számkártyánk, rajtuk az $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$ számok. A számkártyákat letesszük egy sorba az asztalra és rájuk írjuk a sorszámukat, azaz 1-től 10-ig beszámozzuk a lapokat. Így minden lapon két szám szerepel. Minden lapon összeszorozzuk a két számot, majd a szorzatokat összeadjuk. Mennyi lesz a kapott érték,

- a) ha ez a lehető legkisebb,
- b) ha ez a lehető legnagyobb?

Beküldési határidő: 2022. április 10.

Elektronikus munkafüzet: <https://www.komal.hu/munkafuzet>



A C pontversenyben kitűzött gyakorlatok (727–728., 1709–1713.)

Feladatok 10. évfolyamig

K/C. 727. A szövegét lásd a **K** feladatoknál.

K/C. 728. A szövegét lásd a **K** feladatoknál.