pedig az, ha 10^k-hoz adjuk hozzá számjegyeinek összegét, ami 1 (ennél nagyobb számhoz a számjegyei összegét adva biztos nagyobbat kapunk, ezért mondhatjuk, hogy ez a legnagyobb számból való előállítás).

$n=2$-re $10^2+1=100+1=91+9+1$ a két előállítás.

Tegyük fel, hogy van egy 10^k+1 szám, ami n különböző számból előállítható, amelyek közül a legnagyobb 10^k. Azt akarjuk tehát most belátni, hogy van egy olyan 10^K+1 szám, ami $(n+1)$-féleképpen is előáll.

Minden eddigi számhoz, ami a 10^k+1 különböző előállításaiban szerepelt, adjuk hozzá a

$$9\cdot 10^{k+1}+9\cdot 10^{k+2}+9\cdot 10^{k+3}+\ldots+9\cdot 10^{k+10^k}=10^{10^k+k+1}-10^{k+1}$$

számot. Mivel a 10^k+1 előállításaiban szereplő legnagyobb szám a 10^k volt, így ezekkel a számokkal annyi történt, hogy a számok elé a 10^{k+1}-es helyiértéktől kezdve a 10^{k+10^k}-es helyiértékig 9-eseket írtunk (és utánuk esetleg valahány 0-t), ez 10^k darab 9-es. Így az összes eddigi n szám és számjegyeinek összege a hozzáadott számmal és annak számjegyeinek összegével, $9\cdot 10^k$-nal nőtt, így minden kapott új szám és számjegyeinek összege

$$\begin{aligned}(10^k+1)+\left(10^{10^k+k+1}-10^{k+1}\right)+9\cdot 10^k&=10^{10^k+k+1}-10^{k+1}+10\cdot 10^k+1=\\&=10^{10^k+k+1}+1.\end{aligned}$$

Ez a szám pedig úgy is előáll, ha a 10^{10^k+k+1} számhoz hozzáadjuk számjegyeinek összegét, 1-et. Vagyis a keresett 10^K+1 szám, ami $(n+1)$-féleképpen előáll: $10^{10^k+k+1}+1$.

Így minden pozitív egész n-re létezik olyan szám, ami n-féleképpen előáll egy szám és a számjegyösszegének összeadásával, vagyis $n=2021$-re is.

Jánosik Máté (Győr, Révai Miklós Gimn., 12. évf.)

42 dolgozat érkezett. 6 pontos 34, 5 pontos 1, 4 pontos 3, 3 pontos 1, 0 pontos 1 dolgozat. Nem számítjuk a versenybe a születési dátum vagy a szülői nyilatkozat hiánya miatt: 2 dolgozat.

A K pontversenyben kitűzött gyakorlatok ABACUS-szal közös pontverseny 9. osztályosoknak (724–728.)

K. 724. Juli felvágott egy pizzát egyforma szeletekre. Ezután néhány szeletet megevett, 3 szelet viszont megmaradt. Kicsit számolgatva azt vette észre, hogy az egész pizza 3/4 részét plusz egy szelet 3/4 részét ette meg. Hány szeletre vágta a pizzát?

K. 725. Egy 3×3-as táblázat kilenc mezőjére valamilyen sorrendben egy-egy számot írunk a következő szabály szerint: minden mezőre azt a számot írjuk, amely megmutatja, hogy annak a mezőnek hány olyan oldalszomszédja van, amire már írtunk számot. Milyen sorrendben töltöttük ki a táblázat mezőit? Hány lehetőség van? (A mezőket $a1, a2, \ldots, c2, c3$ kódokkal jelöljük.)

a)

3	0	1	1
2	2	3	1
1	2	1	1
	a	*b*	*c*

b)

3	2	1	0
2	1	2	3
1	2	0	1
	a	*b*	*c*

K. 726. Rendezzük el az $1, 2, 3, 4, \ldots, 31, 32$ számokat egy kör mentén úgy, hogy bármely két szomszédos szám összege négyzetszám legyen. Írjuk le azt is, hogy hogyan gondolkoztunk.

K/C. 727. Egy $n\times n$-es táblázat mezőire egy-egy pénzérmét helyezünk el úgy, hogy mindegyik érmén a „fej" van felül. Egy lépésben bármelyik sorban vagy oszlopban pontosan három érmét fordíthatunk meg, így azokon a fejből írás lesz, az írásból pedig fej. Elérhetjük-e így valahány lépésben, hogy minden érmén írás legyen felül, ha $n > 2$? Válaszunkat indokoljuk.

K/C. 728. Van 10 darab számkártyánk, rajtuk az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 számok. A számkártyákat letesszük egy sorba az asztalra és rájuk írjuk a sorszámukat, azaz 1-től 10-ig beszámozzuk a lapokat. Így minden lapon két szám szerepel. Minden lapon összeszorozzuk a két számot, majd a szorzatokat összeadjuk. Mennyi lesz a kapott érték,

a) ha ez a lehető legkisebb,

b) ha ez a lehető legnagyobb?

Beküldési határidő: 2022. április 10.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`

A C pontversenyben kitűzött gyakorlatok (727–728., 1709–1713.)

Feladatok 10. évfolyamig

K/C. 727. A szövegét lásd a **K** feladatoknál.

K/C. 728. A szövegét lásd a **K** feladatoknál.