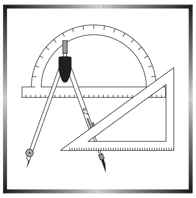
K. 705. Az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 számok közül kiválasztunk három különböző számot és összeadjuk őket. Ezt minden lehetséges számhármassal megtesszük. Az összeadások között lesznek páros és páratlan eredményűek. Melyikből lesz több, a páros vagy a páratlan eredményűből?

K. 706. Egy három oszlopból álló táblázat első sorába beírtunk 3 számot balról jobbra haladva, nevezzük ezeket a, b, c-nek. A második sorba az $a-b$, $b-c$, $c-a$ számok kerülnek. A harmadik sorba a második sor elemeiből ugyanezen szabály szerint előállított számok kerülnek (az első, második és harmadik helyen álló számokkal végzett műveleteket tekintve), és így folytatjuk tovább a táblázat kitöltését. Mutassuk meg, hogy a táblázatban a negyedik sortól kezdve nem fordulhat elő a 2021.

K/C. 707. Néhány (legalább kettő) gyerek körbeáll, és „kiesős” játékot játszik. Ebben a játékban a kezdő játékostól kezdve minden második gyerek kiesik, és kiáll a körből, az utolsóként bent maradó játékos győz. Például, ha hatan játszanak (A, B, C, D, E, F) és A kezd, akkor B, D, F, C, A sorrendben állnak ki, így E a győztes. Hány gyerek esetén lehet győztes a kezdő játékos?

K/C. 708. Jean, az inas azt a feladatot kapja gazdájától, hogy tegyen gyertyákat a nappaliban levő 10 darab háromágú gyertyatartóba. Jeannak ezt úgy kell megoldania, hogy vagy minden gyertyatartóban 3 különböző színű gyertya legyen, vagy mind a 30 gyertya ugyanolyan színű. Jean bemegy a sarki vegyesboltba, ahol összesen 70 db gyertyát talál. Mutassuk meg, hogy ebből mindenképpen tud 30 db-ot vásárolni úgy, hogy a feltételeknek megfelelően feltölthesse a gyertyatartókat.

Beküldési határidő: 2021. december 10.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`



A C pontversenyben kitűzött gyakorlatok (707–708., 1689–1693.)

Feladatok 10. évfolyamig

K/C. 707. A szövegét lásd a **K** feladatoknál.

K/C. 708. A szövegét lásd a **K** feladatoknál.

Feladatok mindenkinek

C. 1689. Oldjuk meg a következő egyenletrendszert, ha a, b, c, d egész számok:

$$\begin{aligned} a+d&=9,\\ ad+b&=8,\\ bd+c&=74,\\ cd&=18. \end{aligned}$$

Javasolta: *Berkó Erzsébet* (Szolnok)

C. 1690. Az AB szakasz fölé rajzolt egységsugarú félkör középpontja O. Megrajzoljuk a félkör belsejébe a K középpontú, OB átmérőjű félkört, amelyet az A pontból induló félegyenes a C pontban érint. Az O pontból az AC-re bocsátott merőleges az AB átmérőjű félkörvonalat a D pontban metszi. Bizonyítsuk be, hogy a BD szakasz felezőpontja C.

C. 1691. Határozzuk meg, mely p, q pozitív prímszámokra teljesül, hogy $p^5-q^3+(p+q)^4=9900$.

Feladatok 11. évfolyamtól

C. 1692. Az $ABCD$ négyzet DA oldalának belső pontja P. A $PBC\sphericalangle$-et felező egyenes a CD oldalt a Q pontban metszi, a Q pontból a BP egyenesre bocsátott merőleges talppontja R. Határozzuk meg az AR és BQ egyenesek hajlásszögét.

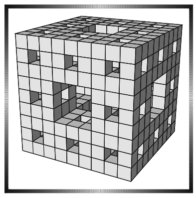
C. 1693. Egy kocka csúcsai közül véletlenszerűen kiválasztunk négyet. Bármely négy csúcsot ugyanakkora valószínűséggel választunk ki. Mekkora az esélye, hogy a négy csúcs tetraédert határoz meg? Mi a valószínűsége, hogy a négy pont egy szabályos tetraéder négy csúcsa?

Javasolta: *Zagyva Tiborné* (Baja)

❄

Beküldési határidő: 2021. december 10.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`

❄



A B pontversenyben kitűzött feladatok (5198–5205.)

B. 5198. Ha az asztalom tetejére teszem a teknősömet, akkor a földön álló macskám fejéhez képest a teknős feje 70 cm-rel van feljebb. Ha a macskámat teszem az asztal tetejére, akkor a földön álló kutyám fejéhez képest 80 cm-rel lesz magasabban a macska feje. Ha pedig a kutyámat teszem az asztalra, akkor a földön álló teknőshöz képest 120 cm-rel lesz magasabban a kutya feje. Hány cm magas az asztalom?

(*3 pont*) *Kocsis Szilveszter* (Budapest) ötlete alapján

B. 5199. Egy sakktábla minden mezőjére egy érmét teszünk Fejjel felfelé. Megengedett lépés, hogy három közvetlenül egymás mellett lévő érmét egy sorban vagy egy oszlopban egyszerre megfordítsunk. El lehet-e érni azt, hogy minden érme Írással legyen felfelé?

(*4 pont*) Javasolta: *Gáspár Merse Előd* (Budapest)