Informatikából kitűzött feladatok

I. 511. Andi és Bandi a szorzás gyakorlására kitaláltak egy játékot. A játékban először választottak egy pozitív egész számot 1 és 1000 között. Ezután felváltva mondtak pozitív egész számokat, de csak olyat, amit korábban még nem mondott egyikük sem és nem nagyobb a választott számnál. A játék addig tartott, amíg valaki olyan számot nem mondott, amivel megszorozva bármelyik korábban elhangzott számot a szorzat a játék elején választott szám lett. Az veszített, aki az utolsó számot mondta.

Sokat játszottak, majd elkezdtek gondolkodni azon, hogy vajon mi lehet a kezdő vagy a másodiknak számot mondó játékos számára a nyerő stratégia. Rájöttek a módszerre, és arra is, hogy a választott számtól függ, hogy kinek kedvez a játék, de ezt nem nézték meg mind az 1000 esetre.

Találjuk ki, hogy mi lehet a nyerő stratégia, majd készítsünk programot, amely megadja, hogy adott választott szám esetén a kezdő vagy a második játékos tud-e nyerni, ha a stratégiát a játék során végig alkalmazza. A program bemenete a választott szám. A kimenetre írjunk `1`-est, ha az első, és `2`-est, ha a második játékosnak van nyerő stratégiája.

Bemenet	**Kimenet**
`10`	`2`

Beküldendő egy tömörített `i511.zip` állományban a program forráskódja és rövid dokumentációja, amely megadja, hogy a forrásállomány melyik fejlesztői környezetben fordítható.

I. 512. A járványok az élővilág kialakulásával egyidősek. Az ilyen típusú populációbiológia rendszerek legtöbb átalakulása több egymás után következő lépésben megy végbe. Ezek a lépések tipikusan sorozatot alkotnak.

A járványterjedés modellezéséhez több-kevesebb paramétert vesznek figyelembe. Az egyik legegyszerűbb modellt, az SEIR-t vizsgáljuk meg táblázatkezelővel. Ebben a modellben a járványterjedés szempontjából négy csoportra osztjuk a populációt:

– S susceptible, azaz fogékonyak, még nem estek át a betegségen;
– E exposed, azaz lappangó, de még nem fertőző egyedek;
– I infectious, azaz fertőzöttek, betegek;
– R recovered, azaz gyógyultak.

Az osztályok közötti átalakulás: $S \to E \to I \to R$.

Az emberek megfertőződnek és maguk is fertőzővé válnak, majd meggyógyulnak, vagy sajnos meghalnak. Az utóbbi tragédiával ez az egyszerű modell nem foglalkozik.

A betűk jelöljék, hogy hány egyed tartozik az egyes osztályokba. Vizsgáljuk meg, hogy az osztályok létszáma hogyan változik az időben néhány kezdeti paraméter mellett. Legyen a teljes populáció száma N, így ekkor minden időpontban teljesül, hogy $N = S + E + I + R$.

Egy új kórokozó esetén feltételezhetjük, hogy kezdetben a teljes populáció fogékony rá, azaz $S \approx N$. Legyen

– β a kórokozó átadási valószínűsége egy fertőző és egy fogékony egyed között;
– σ a lappangók fertőzővé válásának sebessége;
– γ a betegek meggyógyulásának sebessége.

Ekkor a fogékony egyedek számának változása $\Delta S = -\beta \cdot \frac{I}{N} \cdot S$, ahol az $\frac{I}{N}$ hányados a fertőzöttek aránya a teljes populációhoz képest. Minél nagyobb ez az érték, annál gyorsabb a járvány terjedése.

A lappangó esetek száma éppen ennyivel növekszik, miközben egy részük beteggé válik:

$$\Delta E = \beta \cdot \frac{I}{N} \cdot S - \sigma \cdot E.$$

A fertőzöttek száma σ·E-vel növekszik, és a meggyógyulókkal csökken:

$$\Delta I = \sigma \cdot E - \gamma \cdot I.$$

A gyógyultak számának változása

$$\Delta R = \gamma \cdot I.$$

Szimuláljuk a járvány kialakulását időegységenként (naponta). Minden lépésben számítsuk ki a jelenlegi adatok alapján a változásokat, majd a következő napon a megváltozott értékekkel dolgozzunk:

$$S(n+1) \leftarrow S(n) + \Delta S(n), \qquad E(n+1) \leftarrow E(n) + \Delta E(n),$$
$$I(n+1) \leftarrow I(n) + \Delta I(n) \quad \text{és} \quad R(n+1) \leftarrow R(n) + \Delta R(n).$$

A szimulációt legalább 150 napra végezzük el az alábbiak szerint:

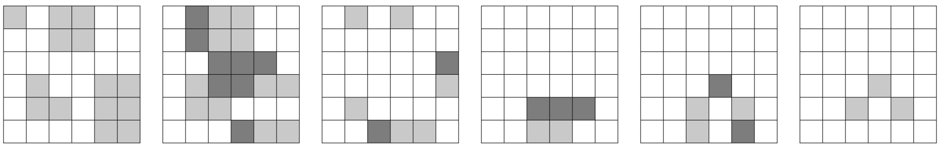
- Az induló paramétereket a táblázat első néhány sorában lehessen megadni, helyüket feliratokkal jelezzük. Példaként $N = 10\,000\,000$; $\beta = 0{,}9$; $\sigma = 0{,}1$; $\gamma = 0{,}2$.
- Határozzuk meg a táblázat két cellájában, hogy hányadik nap lesz a fertőző betegek száma maximális és mekkora ez az érték.
- Ábrázoljuk az S, E, I, R osztályok létszámát az idő függvényében. A diagram értelmezését feliratokkal segítsük.

Beküldendő egy tömörített `i512.zip` állományban a munkafüzet, valamint egy rövid dokumentáció, amelyből kiderül az alkalmazott táblázatkezelő neve és verziószáma.

I. 513 (É). A sejtautomata elnevezés *Neumann Jánostól* származik az 1940-es évek elejéről, aki az önmagát reprodukáló gép logikáját, létrehozásának lehetőségeit vizsgálta. A leghíresebb sejtautomata a *John Horton Conway* által kitalált *életjáték.* Conway egy hónappal ezelőtt, 2020 áprilisában halt meg, így ezzel a feladattal rá is emlékezünk.

A Conway-féle életjátékban sejtek élnek egy kétdimenziós világban. A sejtek egy képzeletbeli táblázat egy-egy cellájában találhatók. Viselkedésüket az határozza meg, hogy az őket tartalmazó cella 8 szomszédja közül hányban található sejt. Ha egy sejt szomszédos cellái közül kettőnél kevesebb vagy háromnál több tartalmaz sejtet, akkor a sejt elpusztul, egyébként életben marad. Ha egy cella üres, de a szomszédos cellák közül pontosan háromban van sejt, akkor az üres cellában új sejt születik. A leírt változások nem folyamatosan, hanem lépésekben (generációkban) történnek. Kezdetben az élettér bizonyos celláiban vannak sejtek, míg a többi cellában nincsenek.

Például egy 6×6-os élettér hat egymást követő állapota (a szürke cellákban vannak sejtek, a sötétebbek új sejtek helyét mutatják):



Készítsünk programot *sejtautomata* néven egy 50×50-es négyzethálós életjátékhoz és oldjuk meg a következő feladatokat. A megoldások során a mintához hasonlóan valósítsuk meg a felhasználóval történő kommunikációt (az ékezetmentes kiírás is elfogadott).

1. Olvassuk be az élettér kezdeti állapotát a `conway.txt` szöveges állományból és tároljuk el az adatokat úgy, hogy a szimulációhoz használni tudjuk őket. A szöveges állomány 50 sorból áll, melyek mindegyikében 50 karakter található. Az állomány i-edik sorának k-adik karaktere az élettér i-edik sorának k-adik oszlopában lévő cella kezdeti tartalmát mutatja: szóköz esetén a cella üres, `s` betű esetén a cellában sejt van.
2. Adjuk meg, hogy összesen hány sejt található az élettérben. Készítsünk függvényt `szomszed` néven, amelynek bemeneti paramétere i és k, amelyek az élettér i-edik sorát és k-adik oszlopát jelentik. A függvény számítsa ki és adja vissza a megfelelő cella szomszédjaiban található sejtek számát.
3. Kérjük be a felhasználótól egy oszlop és egy sor értékét, és adjuk meg, hogy az adott cellában van-e sejt, illetve azt, hogy a cella szomszédjaiban hány sejt található.
4. Készítsünk eljárást `egylepes` néven, amely elvégez egy szimulációs lépést. Vegyünk fel az eredeti élettér mellé még egy átmeneti tárolót, amely az élettér állapotát mutatja majd a következő generációban. Vizsgáljuk meg az élettér celláit a fenti leírásnak megfelelően, majd ez alapján adjunk értéket a most létrehozott átmeneti tárolónak. Az eljárás végén a kiszámított új élettér értékei kerüljenek a tárolóból az eredeti élettérbe.

5. Számítsuk ki, hogy hány olyan sejt van az élettérben, amely életben marad egy szimulációs lépés megtétele után, majd az eredményt jelenítsük meg.
6. Végezzük el a szimuláció n lépését az `egylepes` alprogram meghívásával, ahol n értékét a felhasználótól kérjük be.
7. Adjuk meg, hogy az eddig elvégzett n lépés után most hány sejt fog születni a következő szimulációs lépésben.
8. Adjunk statisztikát a szimuláció következő 100 lépésében az élettér állapotáról. Írjuk a `statisztika.txt` szöveges állomány egy-egy sorába az élettérben lévő sejtek, a következő szimulációs lépésben elpusztuló és születő sejtek számát egy-egy szóközzel elválasztva. Ha az élettér üres, tehát a sejtek kihalnak, akkor az állományba `0 0 0` tartalmú sorokat ne írjunk, hanem helyette a következő sor jelenjen meg: „A szimuláció 34. lépése után az élettér már nem tartalmaz sejteket." A szimulációs lépések közé a 6. feladatban végrehajtott n lépés is beleszámít.

   Példa a be/kimenetre:

```
2. feladat:
Az élettérben található sejtek száma: 142

3. feladat:
A vizsgált cella oszlopa: 4
A vizsgált cella sora: 5
A cellában nincs sejt, a szomszédos cellákban a sejtek száma 1.

5. feladat:
Az élettérben 25 olyan sejt van, amely a következő időpontban is életben marad.

6. feladat:
Hány lépést végezzünk el a szimulációból: 10

7. feladat:
Az élettérben 12 sejt fog születni a következő szimulációs lépésben.
```

I/S. 45. Jenő az Alföld tengersík vidékéről felköltözött a Budai-hegyekbe. Hogy minél inkább otthon érezze magát, szeretné a kertjét átrendezni, hogy kevésbé legyen hegyes-völgyes. A kert N parcellából áll, az i-edik parcella tengerszint feletti magassága A_i méter. Jenőnek egy órába telik egy parcella tetejéről egy réteg 1 méter magasságú földet áthordani egy másik parcella tetejére (ekkor az egyik parcella magassága 1 méterrel csökken, a másiké 1 méterrel nő). Jenő akkor fogja magát otthonosan érezni, ha a kertben bármely két parcella magasságának eltérése nem nagyobb, mint K méter. Írjunk programot, amely megmondja, hogy minimum hány órát kell dolgoznia Jenőnek, hogy elégedett legyen a kertjével és otthonosan érezze magát új lakóhelyén.

Bemenet: az első sor tartalmazza a parcellák N számát és K értékét. A második sor N darab számot: az i-edik szám az i-edik parcella A_i tengerszint feletti magassága méterben.

Kimenet: egyetlen szám, amely megadja, hogy minimum hány órát kell dolgoznia Jenőnek, hogy bármely két parcella magasságának eltérése legfeljebb K legyen.

Példa:

Bemenet	**Kimenet**
`4 3` `551 555 551 560`	`4`

Korlátok: $1 \leqslant N, K, A_i \leqslant 10^5$, egész számok. Időkorlát: 0,3 mp.

Értékelés: a pontok 50%-a kapható, ha $N, K, A_i \leqslant 1000$.

Beküldendő egy `is45.zip` tömörített állományban a megfelelően dokumentált és kommentezett forrásprogram, amely tartalmazza a megoldás lépéseit, valamint megadja, hogy a program melyik fejlesztői környezetben futtatható.

S. 144. Az asztalon N kockát találunk, az n-edik kocka élének hossza a_n egész szám, térfogata V_n (a kockákat 0-tól indexeljük). A kockákkal Q műveletet hajtunk végre egymás után. Az i-edik műveletben megváltoztatjuk az összes kocka élének hosszát az $[l_i, r_i]$ tartományban b_i-vel. Minden művelet után adjuk meg a kockák térfogatainak összegét modulo 10^9+7.

Bemenet: az első sor tartalmazza az N és Q számot. A következő sor N pozitív számot tartalmaz: a kockák éleinek hosszát sorrendben, ezek legfeljebb 10^9 nagyságúak. A következő Q sor mindegyike tartalmaz egy l_i, r_i és b_i egész számot ($0 \leqslant l_i \leqslant r_i < N$, $|b_i| \leqslant 10^9$). A változtatások során a kockák éle mindig pozitív marad.

Kimenet: adjuk meg minden változtatás után a $\left(\sum_{n=0}^{N-1} V_n\right)$ modulo 10^9+7 értéket.

Példa:

Bemenet (a `/` jel sortörést helyettesíti)	**Kimenet**

`5 2`
`1 1 1 1 2`
`0 1 1 / 4 4 -1`
	`26`
	`19`

Korlátok: $1 \leqslant N, Q \leqslant 10^5$. Időkorlát: 0,4 mp.

Értékelés: a pontok 50%-a kapható, ha $N, Q \leqslant 100$.

Beküldendő egy `s144.zip` tömörített állományban a megfelelően dokumentált és kommentezett forrásprogram, amely tartalmazza a megoldás lépéseit, valamint megadja, hogy a program melyik fejlesztői környezetben futtatható.

❄

A feladatok megoldásai regisztráció után a következő címen tölthetők fel:
`https://www.komal.hu/munkafuzet`
Beküldési határidő: 2020. június 10.