Megoldás. Az akvárium alján a hidrosztatikai nyomást a $p=\varrho gh$ képletből kapjuk meg. Ebből következik, hogy az akvárium alján a nyomás a vízoszlop magasságával egyenesen arányos. Mivel a második esetben a vízoszlop magassága harmadára csökkent, a maximális nyomás is harmadolódik.

Az akvárium bármelyik falánál a víz átlagos nyomása a maximális nyomás fele, hiszen a nyomás a magassággal lineárisan változik. Ez a feles faktor azonban nem befolyásolja a különböző vízmagasságokhoz tartozó átlagos nyomások arányát, az ugyanannyi marad, mint a maximális nyomások aránya.

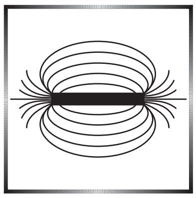
Egy adott nyomásnál az A nagyságú felületre kifejtett erő: $F=p\,A$. A második esetben a vízzel érintkező falfelület a harmadára csökken, így ha a nyomás nem változna, ez az erő a harmadára csökkenne.

A két hatást összevéve a második esetben fellépő erő a teletöltött akváriumnál tapasztalt erőhatásnak csak $\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$ része.

Papp Marcell Miklós (Miskolc, Herman Ottó Gimn., 9. évf.)

32 dolgozat érkezett. Helyes 24 megoldás. Hiányos (1 pont) 7, hibás 1 dolgozat.

Fizika feladatok megoldása



P. 5108. *Mekkora az a legkisebb sebesség, amellyel az m tömegű, q töltésű testet vákuumban fellőve már eljut a függőlegesen fölötte ℓ távolságban rögzített, Q töltésű testhez? (Q és q ellentétes előjelű töltések.)*

Adatok: $m=10^{-5}$ kg, $q=4{,}0\cdot10^{-9}$ C, $Q=-1{,}0\cdot10^{-7}$ C, $\ell=0{,}36$ m.

(*5 pont*) Közli: *Kobzos Ferenc,* Dunaújváros

Megoldás. A v_0 kezdősebességgel fellőtt test legalább addig a magasságig kell eljusson, ahol a rá ható erők eredője nulla lesz. Ezen a ponton túljutva az elektrosztatikus vonzóerő már nagyobb a nehézségi erőnél, tehát a test felfelé gyorsulva eljut a felső testig. Ha ez a felső test alatt d távolságban történik meg, akkor

$$mg=\frac{kq\,|Q|}{d^2},$$

vagyis

$$d=\sqrt{\frac{kq\,|Q|}{mg}}\approx 0{,}192\ \text{m}.$$

A továbbiakban azt kell megvizsgálnunk, hogy legalább mekkora mozgási energiával kell rendelkeznie a testnek az indulásakor ahhoz, hogy erre a megnövekedett potenciális energiájú helyre eljuthasson. A (gravitációs) helyzeti energia növekszik, hiszen a test $h = \ell - d = 0{,}168$ m-rel került magasabbra, tehát

$$\Delta E_{\mathrm{h}} = mgh \approx 1{,}65 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{J}.$$

Az elektrosztatikus potenciális energia viszont csökken, mert az ellentétes előjelű töltések kezdeti ℓ távolsága $d < \ell$-re csökken:

$$\Delta E_{\mathrm{e}} = kqQ\left(\frac{1}{d} - \frac{1}{\ell}\right) \approx -8{,}75 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{J}.$$

A teljes (gravitációs+elektrosztatikus) potenciális energia megváltozása

$$\Delta E = \Delta E_{\mathrm{h}} + \Delta E_{\mathrm{e}} = 7{,}8 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{J}.$$

Ha a kezdeti mozgási energia nagyobb, mint ΔE, a fellőtt test átjut a h magasságban lévő holtponton:

$$\frac{mv_0^2}{2} > \Delta E,$$

vagyis az átjutáshoz elegendő kezdősebesség

$$v_0 > \sqrt{\frac{2\,\Delta E}{m}} \approx 1{,}24\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

Jánosik Áron (Győr, Révai Miklós Gimn., 11. évf.)
dolgozata alapján

72 dolgozat érkezett. Helyes 37 megoldás. Kicsit hiányos (4 pont) 23, hiányos (1–3 pont) 10, hibás 2 dolgozat.

P. 5111. *Függőlegesen feldobunk egy pingponglabdát. Vajon mi tart hosszabb ideig: a labda felfelé, vagy lefelé mozgása? (A légellenállás számottevő.)*

(*3 pont*) Közli: *Vigh Máté,* Budapest

Megoldás. A pingponglabda jusson fel h magasságig, pillanatnyi magassága legyen x $(0 < x < h)$. Ebben a magasságban a felfelé és a lefelé mozgó pingponglabda helyzeti energiája megegyezik, de mivel a súrlódási erő folyamatosan mechanikai energiát disszipál, adott x-nél a lefelé mozgó labda mozgási energiája kisebb lesz, mint amikor felfelé mozgott:

$$\frac{1}{2}mv_{\mathrm{fel}}^2(x) > \frac{1}{2}mv_{\mathrm{le}}^2(x),$$

vagyis

$$v_{\mathrm{fel}}(x) > v_{\mathrm{le}}(x), \qquad \text{illetve} \qquad \frac{1}{v_{\mathrm{le}}(x)} > \frac{1}{v_{\mathrm{fel}}(x)}.$$

Ez minden x-re igaz, tehát a lefelé mozgó pingponglabdánál a sebesség reciprokának átlaga nagyobb, mint a lefelé mozgónál $\frac{1}{v(x)}$ átlagos értéke. (Az átlagolás nem időben, hanem az x koordináta szerint értendő.)

Mivel a felfelé és a lefelé mozgás időtartama

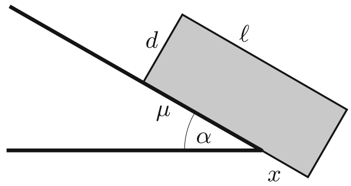
$$T_{\mathrm{fel}} = h \cdot \left(\frac{1}{v_{\mathrm{fel}}}\right)_{\text{átlag}} \qquad \text{és} \qquad T_{\mathrm{le}} = h \cdot \left(\frac{1}{v_{\mathrm{le}}}\right)_{\text{átlag}},$$

ebből látszik, hogy $T_{\mathrm{le}} > T_{\mathrm{fel}}$.

Varga Vázsony (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 10. évf.) dolgozata felhasználásával

54 dolgozat érkezett. Helyes 41 megoldás. Kicsit hiányos (2 pont) 1, hibás 12 dolgozat.

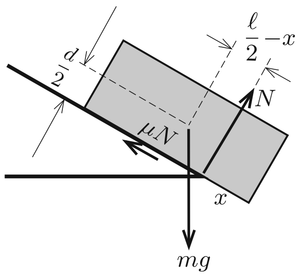
P. 5114. *Egy asztal peremére illeszkedik egy α hajlásszögű lejtő, amelyről egy ℓ hosszúságú, d magasságú, homogén anyageloszlású, téglatest alakú hasáb csúszik le. Mennyivel nyúlik túl a hasáb az asztal peremén, amikor elkezd lebillenni, ha*



a) a hasáb és a lejtő közötti súrlódás elhanyagolható;

b) a hasáb és a lejtő közötti súrlódási együttható μ? ($0 < \mu < \operatorname{tg}\alpha$, és $\mu d < \ell$.)

(*5 pont*) Közli: *Honyek Gyula,* Veresegyház



Megoldás. Ha a tömegközéppontot tekintjük forgástengelynek, akkor nem kell figyelembe vennünk a tehetetlenségi erőket, vagyis hogy a test gyorsul. A lebillenés előtti kritikus pillanatban a testre ható forgatónyomatékok előjeles összege még éppen *nulla,* és a talaj által kifejtett nyomóerő (az *ábrán* látható módon) a lejtő végén hat, hiszen a következő pillanatban már csak itt fog érintkezni a hasáb és a lejtő, itt fejtenek ki egymásra erőt. A tömegközéppontra vonatkoztatva a nehézségi erőnek nincs forgatónyomatéka, elegendő tehát csak a lejtő N nyomóerejével és az $S = \mu N$ súrlódási erővel foglalkoznunk.

Az *a*) esetben csak a nyomóerő fejt ki forgatónyomatékot, hiszen súrlódási erő nem lép fel. A forgatónyomaték akkor lehet nulla, ha a nyomóerő hatásvonalába áthalad a forgástengelyen, ami $x = \ell/2$ esetén teljesül. Vagyis amikor a hasáb a hosszának felével nyúlik túl a lejtőn, a test akkor kezd lebillenni.

A *b*) esetben a súrlódási erő $S = \mu N \neq 0$, és ez az erő a lejtő síkjában, a lejtő esésvonalával párhuzamosan hat. Mivel a hasáb csúszik, teljesül a $\mu < \operatorname{tg}\alpha$ feltétel. A határhelyzetben a testre ható forgatónyomatékok előjeles összege nulla:

$$\mu N \frac{d}{2} - N\left(\frac{\ell}{2} - x\right) = 0,$$

vagyis

$$x = \frac{\ell}{2} - \mu\frac{d}{2}.$$

Nyilván $x > 0$, ami $\mu d < \ell$ esetén teljesül. (Ha ez nem áll fenn, akkor a feladatban szereplő elrendezés nem jöhet létre, mert a téglatest a lejtőn csúszás közben már korábban eldőlne.) Amennyiben $\mu = 0$ teljesül, visszakapjuk az *a*) esetben levezetett eredményt.

Bokor Endre (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 10. évf.)

31 dolgozat érkezett. Helyes 21 megoldás. Hiányos (2–3 pont) 5, hibás 5 dolgozat.

P. 5115. *Egy gömbszimmetrikus tömegeloszlású exobolygó tömege a Föld tömegének négyszerese, a nehézségi gyorsulás a – nem forgó – bolygó felszínén a földi érték kétszerese.*

a) *Mekkora a bolygó sugara és az átlagsűrűsége?*

b) *Mekkora a bolygón az első kozmikus sebesség?*

(*5 pont*) Közli: *Gnädig Péter,* Vácduka

Megoldás. Legyen az exobolygó tömege, sugara, átlagsűrűsége, felszíni nehézségi gyorsulása és az első kozmikus sebessége rendre M', R', ϱ', g' és v', a megfelelő földi értékek pedig M, R, ϱ, g és v. Tudjuk, hogy $M' = 4M$, $g' = 2g$. A keresett mennyiségek: R', ϱ' és v', és felhasználjuk a következő – táblázatokban megtalálható – adatokat: $R \approx 6370$ km, $\varrho = 5{,}5\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{dm}^3}$, $g = 9{,}8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, $v = 7{,}9\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}$.

a) A nehézségi gyorsulás, a bolygó tömege és a sugara közötti kapcsolat a Newton-féle gravitációs törvény alapján így írható fel:

$$g' = \gamma\frac{M'}{R'^2} = \gamma\frac{4M}{R'^2} = 2g = 2\gamma\frac{M}{R^2},$$

és ebből következik, hogy

$$\gamma\frac{4M}{R'^2} = 2\gamma\frac{M}{R^2}, \qquad \text{vagyis} \qquad R' = \sqrt{2}R \approx 9010\ \text{km}.$$

Az exobolygó átlagsűrűsége:

$$\varrho' = \frac{M'}{\frac{4}{3}R'^3\pi} = \frac{4M}{\frac{4}{3}\left(\sqrt{2}\cdot R\right)^3\pi} = \frac{4}{\sqrt{8}}\,\frac{M}{\frac{4}{3}R^3\pi} = \sqrt{2}\varrho \approx 7{,}8\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{dm}^3}.$$

b) Az első kozmikus sebesség a Newton-féle mozgásegyenlet szerint:

$$v' = \sqrt{\gamma\frac{M'}{R'}} = \sqrt{\gamma\frac{4M}{\sqrt{2}R}} = \sqrt[4]{8}\cdot\sqrt{\gamma\frac{M}{R}} = \sqrt[4]{8}\,v \approx 13{,}3\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}.$$

Több dolgozat alapján

72 dolgozat érkezett. Helyes 51 megoldás. Kicsit hiányos (4 pont) 14, hiányos (2–3 pont) 7 dolgozat.

P. 5116. *R és $3R$ belső sugarú vezető gömbhéj egymástól távol helyezkedik el, falvastagságuk $d \ll R$. A gömbök középpontjában $2Q$, illetve Q töltés van. Mekkora minimális munkával lehet ezeket a töltéseket felcserélni? (A falakon kis lyukak vannak.)*

(*5 pont*) *A Kvant nyomán*

Megoldás. Mivel a gömbök egymástól nagyon távol helyezkednek el, az egyes töltések körüli térben a másik töltés által okozott torzulás elhanyagolhatóan kicsi. Ebben a közelítésben mindkét töltés közelében az elektromos erőtér gömbszimmetrikus Coulomb-tér, csak a vezető gömbhéjak belsejében különbözik attól: ott (egy-egy d vastagságú rétegben) az elektromos térerősség *nulla.*

Számítsuk ki az eletrosztatikus tér energiáját az eredeti és a felcserélt töltések esetében is. A kezdeti és a végállapot energiájának különbsége megadja a töltések felcseréléséhez szükséges minimális munka nagyságát.

Számítsuk ki, hogy mekkora az elektrosztatikus tér energiája akkor, ha két távoli, q_1 és q_2 nagyságú töltés körül egy-egy d vastagságú, r_1 és r_2 belső sugarú vezető gömbhéj található. Legyen az energia nullszintje az egymástól távoli két töltés terének energiája a fémgömbhéjak nélkül. (Ilyen választás mellett a gömbhéjakat tartalmazó elrendezés energiája negatív.)

Ismert, hogy egy V térfogatú térrészben az elektrosztatikus energia $\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 \cdot V$, amennyiben a térrészben $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ nagysága mindenhol ugyanakkora. Mivel a gömbhéjakat tartalmazó és a gömbhéjak nélküli eset között csak annyi különbség, hogy az utóbbinál „hiányzik" a két gömbhéj belsejéhez tartozó energia, a minket érdeklő esetben tehát a rendszer energiája

$$W = -\frac{d}{8\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1^2}{r_1^2} + \frac{q_2^2}{r_2^2}\right).$$

A fenti összefüggés levezetésekor kihasználtuk, hogy a q_1 töltés körüli gömbhéj térfogata

$$V_1 \approx 4\pi r_1^2\, d,$$

és benne az állandó nagyságúnak tekinthető térerősség

$$E_1 \approx \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{q_1}{r_1^2},$$

illetve a másik gömbhéj térfogata

$$V_2 \approx 4\pi r_2^2\, d,$$

és benne a térerősség nagysága

$$E_2 \approx \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{q_2}{r_2^2}.$$

A kezdeti állapotban

$$q_1 = 2Q, \quad r_1 = R, \qquad \text{illetve} \qquad q_2 = Q, \quad r_2 = 3R,$$

tehát

$$W_{\text{kezdeti}} = -\frac{37}{72}\,\frac{d}{\pi\varepsilon_0}\,\frac{Q^2}{R^2},$$

a töltések felcserélése után pedig

$$q_1 = Q, \quad r_1 = R, \qquad \text{illetve} \qquad q_2 = 2Q, \quad r_2 = 3R,$$

így

$$W_{\text{végső}} = -\frac{13}{72}\,\frac{d}{\pi\varepsilon_0}\,\frac{Q^2}{R^2}.$$

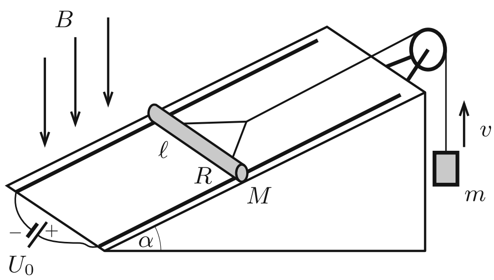
A töltések felcseréléséhez szükséges munka legalább

$$W_{\text{felcserélési}} \geqslant W_{\text{végső}} - W_{\text{kezdeti}} = +\frac{d}{3\pi\varepsilon_0}\,\frac{Q^2}{R^2}.$$

Bokor Endre (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 10. évf.) és
Marozsák Tádé (Budapest, Óbudai Árpád Gimn., 11. évf.)
dolgozata alapján

14 dolgozat érkezett. Helyes Bokor Endre, Elek Péter, Makovsky Mihály, Marozsák Tádé, Olosz Adél, Sal Dávid és Sas Mór megoldása. Kicsit hiányos (4 pont) 3, hiányos (2–3 pont) 4 dolgozat.

P. 5118. *Egy $\alpha = 30^\circ$-os hajlásszögű lejtőhöz két, egymástól $\ell = 10$ cm távolságra lévő, egymással párhuzamos, elhanyagolható ellenállású sín van rögzítve, melyeket az egyik végüknél állandó U_0 feszültségű áramforrás kapcsol össze. A sínekre merőlegesen egy $M = 30$ g tömegű, $R = 0{,}2\ \Omega$ ellenállású, vízszintes fémpálcát fektettünk, amely a síneken súrlódásmentesen mozoghat. A pálca közepéhez a sínekkel párhuzamos fonál csatlakozik, melynek elhanyagolható tömegű csigán átvetett függőleges darabjához egy $m = 50$ g tömegű nehezék van erősítve. A berendezés függőlegesen lefelé mutató, $B = 0{,}5$ T indukciójú, homogén mágneses mezőben van.*



Mekkora legyen az áramforrás feszültsége, hogy az m tömegű nehezék

a) függőlegesen felfelé,

b) függőlegesen lefelé $v = 10$ m/s sebességgel egyenletesen haladjon?

(*5 pont*) Közli: *Zsigri Ferenc,* Budapest

Megoldás. Mivel $mg > Mg\sin\alpha$, a feszültség rákapcsolása nélkül az m tömegű nehezék gyorsulva süllyedne. A feszültségforrás bekapcsolása után a pálcán valamekkora (I erősségű) áram fog folyni, és a mágneses tér hatására vízszintes irányú, $BI\ell$ nagyságú Lorentz-erő lép fel. Az egyenletes mozgáshoz szükséges Lorentz-erő lejtő irányú komponense lefelé mutat, ami akkor valósul meg, ha az áram a feladat *ábráján* az óramutató járásával ellentétes irányba folyik.

Ha a pálca v sebességgel mozog lefelé a lejtőn, benne a mágneses tér hatására

$$U_{\text{ind.}} = B\ell v\cos\alpha$$

nagyságú, a külső áramforrásével ellentétes polaritású feszültség indukálódik.

Az áramkörben folyó áram erősségét az eredő $U_0 - U_{\text{ind.}}$ feszültség és a pálca ellenállása határozza meg:

$$I = \frac{U_0 - B\ell v\cos\alpha}{R}. \tag{1}$$

Egyenletes mozgáskor a fonalat mg nagyságú erő feszíti, és a pálcára ható eredő erő is zérus, vagyis

$$Mg\sin\alpha + B\ell I\cos\alpha - mg = 0. \tag{2}$$

Az (1) és (2) összefüggésekből kifejezhetjük az áramforrás feszültségét:

$$U_0 = vB\ell\cos\alpha + \frac{R}{\ell B\cos\alpha}g(m - M\sin\alpha). \tag{3}$$

a) Amikor az m tömegű nehezék felfelé mozog $v = 10$ m/s sebességgel, az adatok behelyettesítése után a szükséges telepfeszültségre $U_0 \approx 2{,}02$ V adódik.

b) A nehezék lefelé haladásakor is érvényben marad a (3) összefüggés, ha a jobb oldalának első tagjában $v = -10$ m/s-ot helyettesítünk be. Az egyenletes mozgáshoz szükséges feszültség ebben az esetben: $U_0 \approx 1{,}15$ V.

Molnár Mátyás (Révkomárom, Selye János Gimn., 12. évf.)
dolgozata alapján

Megjegyzés. A Lorentz-erőnek van a lejtő síkjára merőleges komponense is, emiatt a rúd és a sínek között fellépő N erő nem egyezik meg a szokásos $Mg\cos\alpha$-val. A feladatban szereplő mozgás csak akkor valósulhat meg, ha $N \geqslant 0$, mert a lejtő csak nyomóerőt fejthet ki a pálcára, húzni nem tudja azt. Általános esetben (a mozgás irányától függetlenül)

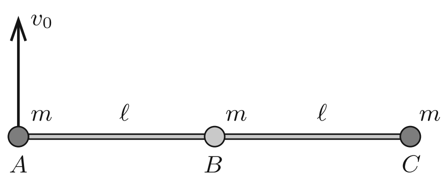
$$N = \frac{Mg - mg\sin\alpha}{\cos\alpha}.$$

Jelen esetben $N = 0{,}06$ N > 0, tehát a pálca a sínen marad.

Máth Benedek (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 12. évf.)

40 dolgozat érkezett. Helyes 14 megoldás. Kicsit hiányos (4 pont) 12, hiányos (1–3 pont) 14 dolgozat.

P. 5121. *Három (A, B és C jelű) kicsiny, egyforma, m tömegű golyó úgy van összekötve két elhanyagolható tömegű, ℓ hosszúságú rúddal, hogy az egyik rúd az A és a B golyót, a másik rúd a B és a C golyót köti össze. A B golyónál*

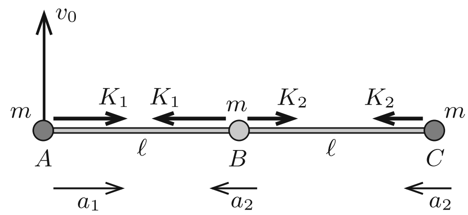


a kapcsolódás csuklós, így a rudak közötti szög akadálytalanul változhat. A rendszer a súlytalanság állapotában nyugalomban van, és a három golyó egy egyenes mentén helyezkedik el. Ekkor az A golyónak pillanatszerűen a rudakra merőleges, v_0 nagyságú sebességet adunk. Mekkora erő hat a rudakban az indítást követő pillanatban?

(*6 pont*) *Olimpiai versenyfeladat nyomán*

Megoldás. Az elhanyagolható tömegű, egymáshoz csuklósan kapcsolódó rudakat helyettesíthetjük vékony, hajlékony, nyújthatatlan fonalakkal. (Ez csak akkor tehető meg, ha a rudakban fellépő erő „húzóerő”, hiszen egy fonál nyilván nem tud nyomóerőt kifejteni. Látni fogjuk, hogy esetünkben ez a feltétel teljesül.)

Az indítást követő pillanatban a fonalak által kifejtett erők hatására a golyók gyorsulása „fonálirányú”, nagyságukat jelöljük az *ábrán* látható módon. (A B és C golyó gyorsulása a fonál nyújthatatlansága miatt egyenlő nagyságú. Ugyanezt az A és B golyókra már nem állíthatjuk, mert az A golyó a fonálra merőleges irányban mozog.)



Vizsgáljuk a testek mozgását a B és C golyók vonatkoztatási rendszeréből, ami az eredeti $\mathcal{K}$ rendszerhez képest balra, a_2 gyorsulással mozog. Ebben a $\mathcal{K}'$ rendszerben (amely *nem inerciarendszer,* tehát a Newton-egyenlet csak a tehetetlenségi erőkkel kiegészítve lenne érvényes) $a_2'=0$ és $a_1'=a_1+a_2$, a sebességek pedig változatlanok. Itt a kezdősebességet kapott A golyó körpályán kezd mozogni a középső golyó körül, így

(1) $$a_1'=a_1+a_2=\frac{v_0^2}{\ell}.$$

Visszatérve a $\mathcal{K}$ inerciarendszerbe, felírhatjuk a mozgásegyenleteket. A golyókra ható erőket az ábrán látható módon jelölve

(2) $$K_1=ma_1;\qquad K_1-K_2=ma_2;\qquad K_2=ma_2.$$

Ezekből (1) felhasználásával a

$$K_1=\frac{2}{3}\,\frac{mv_0^2}{\ell}\qquad \text{és}\qquad K_2=\frac{1}{3}\,\frac{mv_0^2}{\ell}$$

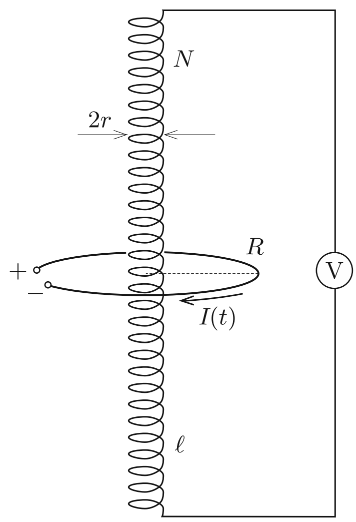
eredmény adódik. Mivel $K_1>0$ és $K_2>0$, a fellépő erők valóban húzóerők.

Marozsák Tádé (Budapest, Óbudai Árpád Gimn., 11. évf.) dolgozata alapján

7 dolgozat érkezett. Helyes Elek Péter, Marozsák Tádé és Olosz Adél megoldása. Kicsit hiányos (5 pont) 1, hiányos (3 pont) 2, hibás 1 dolgozat.

P. 5129. *Egy r sugarú, N menetszámú, igen hosszú, $n=N/\ell$ menetsűrűségű szolenoidot az ábrán látható módon egy $R\ll\ell$ sugarú körvezetővel vettünk körül. Mekkora értéket mutat a szolenoid végpontjai közé kapcsolt ideális voltmérő, ha a körvezetőbe időben egyenletesen, $I(t)=\alpha\cdot t$ módon változó áramot vezetünk?*

(*5 pont*) Közli: *Vigh Máté,* Budapest



Megoldás. A körvezető által gerjesztett mágneses mező megadása és az általa a szolenoidban indukált feszültség közvetlen kiszámítása igen nehéz feladat lenne. Szerencsére erre nincs is szükség, helyette elegendő a kölcsönös indukciós együtthatók szimmetriatulajdonságát kihasználni.

A vezetőnek a szolenoidra vonatkozó kölcsönös indukció együtthatója ugyanakkora, mint a szolenoidnak a körvezetőre vonatkozó kölcsönös indukció együtthatója. Másképp fogalmazva: a körvezető időben változó erősségű árama ugyanakkora feszültséget indukál a szolenoidban, mint a szolenoid időben változó erősségű árama indukál a körvezetőben; feltéve, hogy a változás „sebessége" ugyanakkara. A második eset kiszámolása nyilván sokkal egyszerűbb feladat.

Ha a hosszú szolenoidban I erősségű áram folyik, és a külső („szórt") mágneses tér elhanyagolható, akkor a szolenoid belsejében, a végektől elegendően távol homogén mágneses tér alakul ki, és az indukcióvektor nagysága az Ampère-féle gerjesztési törvény értelmében: $B\ell=\mu_0NI$, vagyis $B=\mu_0nI$.

Mivel a körvezető sugara sokkal kisebb, mint a szolenoid ℓ hossza, a szolenoidon kívüli tér járuléka a körlapon áthaladó mágneses fluxushoz elhanyagolható, elegendő a tekercs belsejében lévő mágneses mező fluxusával foglalkoznunk. Ennek nagysága

$$\Phi=r^2\pi\cdot\mu_0nI\equiv MI.$$

Látjuk, hogy a kölcsönös indukció együtthatója (ami definíció szerint az egységnyi erősségű áramhoz tartozó mágneses fluxus): $M=\mu_0r^2\pi n$.

Miután kiszámítottuk M értékét, megadhatjuk a voltmérő által mutatott feszültség nagyságát is. Az áramerősség helyére $I(t)=\alpha t$ kifejezést írva és alkalmazva Faraday indukciótörvényét, megkapjuk a keresett feszültséget:

$$U=M\frac{\Delta I(t)}{\Delta t}=M\frac{\Delta(\alpha t)}{\Delta t}=M\,\alpha=\mu_0r^2\pi n\alpha.$$

Ez a feszültség – jó közelítéssel – független R-től, ha az ℓ-nél sokkal kisebb.

Bokor Endre (Budapesti Fazekas M . Gyak. Ált. Isk. és Gimn. 10. évf.)

10 dolgozat érkezett. Helyes Bokor Endre, Elek Péter, Fiam Regina, Olosz Adél, Sal Dávid és Vaszary Tamás megoldása. Kicsit hiányos (1–3 pont) 3, hibás 1 dolgozat.

P. 5138. *Víz lehűlését vizsgáljuk elhanyagolható hőkapacitású, egyforma edényekben. A víz kezdeti hőmérséklete mindegyik esetben* 80 °C*, a célérték* 40 °C*. A környezet hőmérséklete* 30 °C*, ami a mérések során nem változik.*

(*i*) *Elsőnek azt mérjük, hogy* 2 *liter* 80 °C *hőmérsékletű víz* t_0 *idő alatt hűl le* 40 °C*-ra.*

(*ii*) *Másodszor csak addig várunk, amíg a kiindulási* 2 *liter* 80 °C *hőmérsékletű víz* 50 °C*-ra hűl le (ez* t_1 *időt vesz igénybe), majd gyorsan kiöntünk belőle* 1 *litert, aminek a helyére 1 liter,* 30 °C*-os vizet öntünk.*

(*iii*) *Ezután úgy ismételjük meg a mérést, hogy a kezdeti* 2 *liter* 80 °C*-os vízből azonnal kimerünk* 1 *litert, aminek a helyére* 1 *liter* 30 °C*-os vizet öntünk. Az így keletkezett* 2 *literes keverék* t_2 *idő alatt éri el a kívánt* 40 °C*-ot.*

(*iv*) *Végezetül a kezdeti* 2 *liter* 80 °C*-os vizet hagyjuk lehűlni* 60 °C*-ra, majd nagyon gyorsan* 1 *litert kiöntünk belőle, helyére* 1 *liter* 30 °C*-os vizet juttatunk, és hagyjuk a keveréket* 40 °C*-ra hűlni. Ekkor a teljes hűlési idő* t_3*.*

Melyik a leglassabb és melyik a leggyorsabb hűtési módszer? Fejezzük ki t_0 *segítségével* t_1*-et,* t_2*-t és* t_3*-at! Feltételezhetjük, hogy egy test hőmérséklet-változásának üteme egyenesen arányos a test és a környezete közötti hőmérséklet-különbséggel, azaz alkalmazható a Newton-féle lehűlési törvény.*

(*5 pont*) Közli: *Simon Péter,* Pécs

Megoldás. A Newton-féle lehűlési törvény szerint egy kezdetben T_0 hőmérsékletű test hőmérséklete t idő múlva

$$T = T_\mathrm{k} + (T_0 - T_\mathrm{k})\mathrm{e}^{-kt}, \tag{1}$$

ahol T_k a környezet hőmérséklete, k egy (a lehűlő test anyagától, tömegétől és a felületének nagyságától függő) állandó. A feladatban szereplő összes esetben k ugyanakkora. A lehűlési törvénybe a hőmérsékleteknek akár a Kelvin skála, akár a Celsius skála szerinti számértékeit írhatjuk be. Az (1) összefüggésből az időt kifejezve:

$$t = \frac{\ln\left(\frac{T_0 - T_\mathrm{k}}{T - T_\mathrm{k}}\right)}{k}. \tag{2}$$

Tudjuk még, hogy ha egy liter T_1 és egy liter T_2 hőmérsékletű vizet összekeverünk, akkor a közös hőmérséklet $\frac{1}{2}(T_1 + T_2)$ lesz.

(*i*) Az első esetben $T_0 = 80$ °C, $T_\mathrm{k} = 30$ °C és $T = 40$ °C, azaz (2) szerint

$$t_0 = \frac{\ln\left(\frac{80-30}{40-30}\right)}{k} = \frac{\ln(5)}{k}.$$

(*ii*) A víz t_1 idő alatt hűl le 50 °C-ra, majd a keverés után rögtön beáll a kívánt 40 °C. Fennáll tehát, hogy

$$t_1 = \frac{\ln\left(\frac{80-30}{50-30}\right)}{k} = \frac{\ln(2{,}5)}{k}.$$

(*iii*) A 80 °C-os és a 30 °C-os víz elkeveredése után a hőmérséklet 55 °C lesz, tehát a hűlés ideje most

$$t_2=\frac{\ln\left(\frac{55-30}{40-30}\right)}{k}=\frac{\ln(2{,}5)}{k}.$$

(*iv*) Az első lehűlési szakasz végén a hőmérséklet 60 °C, ez a szakasz tehát

$$t_{3a}=\frac{\ln\left(\frac{80-30}{60-30}\right)}{k}=\frac{\ln\left(\frac{5}{3}\right)}{k}$$

ideig tart. A második lehűlés elején a keverék 45 °C hőmérsékletű, a hűlés ideje

$$t_{3b}=\frac{\ln\left(\frac{45-30}{40-30}\right)}{k}=\frac{\ln\left(\frac{3}{2}\right)}{k}.$$

A teljes hűlési folyamat ideje most

$$t_3=t_{3a}+t_{3b}=\frac{\ln\left(\frac{5}{3}\right)}{k}+\frac{\ln\left(\frac{3}{2}\right)}{k}=\frac{\ln\left(\frac{5}{2}\right)}{k}.$$

Látható, hogy az első hűtési módszer a leglassabb, a másik három viszont ugyanolyan gyors. Az előzőek alapján

$$t_3=t_2=t_1=\frac{\ln\left(\frac{5}{2}\right)}{\ln(5)}t_0=0{,}57\,t_0.$$

Tiefenbeck Flórián (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 11. évf.) dolgozata alapján

23 dolgozat érkezett. Helyes 20 megoldás. Kicsit hiányos (3-4 pont) 3 dolgozat.

Fizikából kitűzött feladatok

M. 390. Vízből készített prizmával, minél egyszerűbb módon bontsuk fel egy LED lámpa fehér fényét színeire! Írjuk le a módszert és az észlelés eredményét!

(*6 pont*) Közli: *Tichy Géza,* Budapest

G. 685. Egy amerikai autó tankjába 15 gallon benzin fér. Hány mérföld utat tud megtenni a tulajdonos a teletankolt autóval, ha az autó európai katalógusa szerint a fogyasztása 6,5 liter/100 km?

(*3 pont*)