C. 1563. Egy félszabályos háromszöget elforgatunk a derékszögű csúcsa körül 30°-kal, majd újra 30°-kal. Mekkora a három háromszög közös része által alkotott síkidom területe? (Félszabályosnak hívunk egy háromszöget, ha szögei 30°, 60°, illetve 90°.)

C. 1564. Egy 6×6-os négyzetrácsot rácsvonalak mentén n darab különböző területű téglalapra bontottunk föl. Adjunk példát a fölbontásra minden lehetséges $n>1$ érték esetén.

Feladatok 11. évfolyamtól

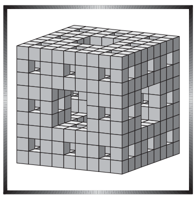
C. 1565. Egy trapéz oldalai (valamilyen sorrendben) 2, 3, 5, illetve 6 egység hosszúak. Adjuk meg a területének lehető legnagyobb értékét.

C. 1566. Kétgyermekes családok körében gyakoribb-e az, hogy a testvérek különböző neműek, mint az, hogy azonos neműek? (Feltesszük, hogy minden gyermeknél p a valószínűsége annak, hogy fiú születik.)

❄

Beküldési határidő: 2019. november 10.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`
Cím: KöMaL feladatok, Budapest 112, Pf. 32. 1518

❄



A B pontversenyben kitűzött feladatok (5046–5053.)

B. 5046. Legyen $n\geqslant 3$, és tekintsük azt a gráfot, amelynek csúcsai az (i,j) rácspontok, ahol $1\leqslant i,j\leqslant n$, és a különböző (i,j) és (k,l) pontokat akkor kötjük össze éllel, ha $i^2+j^2+k^2+l^2$ osztható 3-mal. Mely n-ekre lehet a gráf éleit úgy bejárni, hogy mindegyik élen pontosan egyszer haladunk át?

(*4 pont*) Javasolta: *Pálfy Máté* (Budapest)

B. 5047. Az ABC derékszögű háromszögben a D pont az AC befogó belsejében, az E pont az AB átfogó B-n túli meghosszabbításán helyezkedik el. Az ADE és a BCE kör második, E-től különböző metszéspontja F. Mutassuk meg, hogy $CFD\sphericalangle = 90°$.

(*4 pont*)

B. 5048. Egy konvex sokszög alapú gúla oldallapjainak területe egyenlő. Válasszuk ki az alaplap egy tetszőleges pontját, majd tekintsük a pontnak az oldallapoktól vett távolságainak az összegét. Bizonyítsuk be, hogy ez az összeg nem függ a pont választásától.

(*3 pont*) (*Horvát feladat*)

B. 5049. Bizonyítsuk be, hogy végtelen sok olyan pozitív egész (a, b) pár létezik, amelyre

$$2019 < \frac{2^a}{3^b} < 2020.$$

(*5 pont*) Javasolta: *Róka Sándor* (Nyíregyháza)

B. 5050. Oldjuk meg a

$$\cos 3x + \cos^2 x = 0$$

egyenletet.

(*3 pont*)

B. 5051. Az $ABCD$ négyszög oldalai $AB = 8$, $BC = 5$, $CD = 17$ és $DA = 10$. Az AC és BD átlók metszéspontja E, $BE : ED = 1 : 2$. Mekkora a négyszög területe?

(*5 pont*) Javasolta: *Róka Sándor* (Nyíregyháza)

B. 5052. Kezdő és Második egy kezdetben üres 19×19-es táblázat mezőibe ír felváltva egy-egy számot, 0-t vagy 1-et. Amikor már az összes mező ki van töltve, kiszámolják a sorösszegeket és az oszlopösszegeket. A legnagyobb sorösszeg legyen A, a legnagyobb oszlopösszeg pedig B. Ha $A > B$, akkor Kezdő nyer; ha $A < B$, akkor Második; ha pedig $A = B$, akkor döntetlen a játék eredménye. Van-e valakinek nyerő stratégiája?

(*6 pont*)

B. 5053. Az $ABCD$ tetraéder beírt gömbjét jelölje G, a BCD laphoz írt gömbjét G_A. A G lapsíkokon levő érintési pontjai által meghatározott tetraéder legyen T, míg G_A lapsíkokon levő érintési pontjai által meghatározott tetraéder legyen T_A. Mutassuk meg, hogy a gömbök és a tetraéderek térfogataira

$$\frac{V^3(T)}{V^3(T_A)} = \frac{V^2(G)}{V^2(G_A)}.$$

(*6 pont*)

❄

Beküldési határidő: 2019. november 10.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`
Cím: KöMaL feladatok, Budapest 112, Pf. 32. 1518

❄