A másodfokú függvény tulajdonsága alapján mondható, hogy a sorozat egyik alsó korlátja (jelen esetben a legnagyobb alsó korlátja) a b_3, azaz -4. A másodfokú függvény tulajdonságaiból az is következik, hogy ennek a sorozatnak nincs felső korlátja.

Ha $n = 1, 2, 3, 4, 5$, akkor a $\{c_n\}$ hozzárendelési szabálya: $c_n = |n+2| + |n-6| = n + 2 - (n - 6) = 8$.

Ha $n > 5$, akkor a $\{c_n\}$ hozzárendelési szabálya: $c_n = |n + 2| + |n - 6| = n + 2 + n - 6 = 2n - 4$. Mivel a lineáris függvény meredeksége most pozitív, ezért ezekre az n-ekre a sorozat szigorúan monoton növekedő.

Összességében monoton növekedő, hiszen a sorozat első öt tagja 8, a továbbiak pedig ennél nem kisebbek.

Az elmondottakból az is következik, hogy a sorozat alulról korlátos. Egy lehetséges alsó korlát 8 (ami a legnagyobb alsó korlát). A lineáris függvény ismeretében azt is tudjuk, hogy felső korlát nincs.

Számadó László
Budapest

Matematika feladat megoldása

B. 4912. *Bizonyítsuk be, hogy az $5x^2 - 4y^2 = 2017$ egyenletnek nincs egész megoldása.*

(*3 pont*)

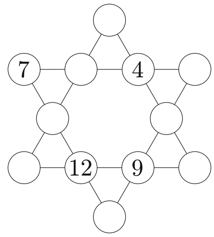
Megoldás. Alakítsuk át az 5-tel oszthatóság szempontjai alapján azonosan az $5x^2 - 4y^2 = 2017$ diofantikus egyenletet: $5(x^2 - y^2) + y^2 = 5 \cdot 403 + 2$. A bal oldalon az 5-tel való osztás maradékát az y^2 maradéka adja, míg a jobb oldal ötös maradéka 2. Vizsgáljuk meg a négyzetszámok lehetséges ötös maradékait. Egy egész szám négyzetének ötös maradékát az ötös maradék négyzete határozza meg, mivel $(5a + b)^2 = 25a^2 + 10ab + b^2$ alapján azonnal látható, hogy az első két tag osztható 5-tel. Elegendő tehát az ötös maradékok négyzeteinek maradékait áttekintenünk. Ezek rendre a 0, 1, 2, 3, 4 számok négyzetének ötös maradékai, azaz 0, 1, 4, 4, 1. A bal oldali kifejezés ötös maradéka 0, 1 vagy 4, míg a jobb oldali ötös maradék 2. A két oldal semmilyen egész számokra nem lehet egyenlő egymással, az egyenletnek nincs egész megoldása.

Richlik Róbert (Budapest XIV. Kerületi Szent István Gimn., 11. évf.)
dolgozata alapján

Összesen 202 dolgozat érkezett. 3 pontot kapott 187, 2 pontot 6 tanuló. 0 pontos 7, nem versenyszerű 2 tanuló dolgozata.

A K pontversenyben kitűzött gyakorlatok ABACUS-szal közös pontverseny 9. osztályosoknak (599–603.)

K. 599. Helyezzük el a kis körökbe az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 számokat úgy, hogy bármelyik négy, egy egyenesen fekvő körben lévő számok összege ugyanannyi legyen, sőt a csillag csúcsaiba írt számok összege is ezt a számot adja. Néhány számot előre beírtunk a körökbe. Adjuk meg az összes lehetséges kitöltést.



K. 600. Egy háromjegyű szám valamelyik számjegyét elhagyva egy kétjegyű számot kaptunk, ennek a számnak valamelyik számjegyét elhagyva pedig egy egyjegyű számot. Melyik lehet ez a háromjegyű szám, ha a háromjegyű, a kétjegyű és az egyjegyű számok összege 1001?

K. 601. Egy hegyesszögű ABC háromszögbe olyan 4 cm oldalhosszúságú $PQRS$ négyzetet lehet írni, melynek P és Q csúcsa az AB oldalon, R csúcsa a BC oldalon, S csúcsa pedig az AC oldalon van. Mekkora a háromszög területe, ha az AB oldal hossza 8 cm?

K. 602. András és Pali játszanak. A nyertes mindig x, a vesztes mindig y pontot kap ($x > y$ egész számok), döntetlen nincs. Néhány kör után Andrásnak 30, Palinak 25 pontja van, mert Pali csak kétszer nyert. Mennyit kap a nyertes?

K. 603. Gondoltam egy kétjegyű számra. A számjegyeinek összegét jelölje S, szorzatát pedig P. Milyen számra gondolhattam, ha $P+S$ megegyezik ezzel a számmal?

Beküldési határidő: 2018. december 10.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`
Cím: KöMaL feladatok, Budapest 112, Pf. 32. 1518

Közlemény

A 2018/6. számunkban megjelent végeredményt utólag az alábbiakban módosítottuk:

Mivel egy 2–3. díjas versenyzőt szabálytalan versenyzés miatt kizártunk a pontversenyből, a **B.** jelű matematika feladatok 1–8. osztályosok versenyében *Baski Bence* 2. díjat nyert, az utána következő versenyzők pedig 1-gyel jobb helyezést értek el, mint előtte.