ehhez az asztalhoz ül. Az előbbi valószínűsége az indukciós feltevés szerint $1/n$, az utolsó vendég pedig $\frac{k-1}{n+1}$ valószínűséggel fog ehhez az asztalhoz ülni.

Ennek az esetnek a valószínűsége tehát $\frac{k-1}{n(n+1)}$.

2) Az utolsó vendég nem ide ült, de már az első n vendég után is k vendég ült az első asztalnál. Utóbbinak megint $1/n$ a valószínűsége az indukciós feltevés szerint. Annak a valószínűsége pedig, hogy az utolsó vendég nem ide ült, $\frac{n+1-k}{n+1}$.

Ennek az esetnek a valószínűsége tehát $\frac{n+1-k}{n(n+1)}$

A két esetet összeadva azt kapjuk, hogy a valószínűség éppen $\frac{1}{n+1}$, és ezt akartuk belátni.

Surányi László

58. Rátz László Vándorgyűlés

Győr, 2018. július 3–6.

Az idei vándorgyűlést lapunk alapítója, Arany Dániel városában, Győrött rendezte meg a Bolyai János Matematika Társulat. Jó választás volt, hiszen idén ünnepli a KöMaL 125 éves fennállását. Ez az évforduló több helyen is visszaköszönt, pl. egy plakátkiállítás formájában, de a középiskolás tanárverseny feladatait is régebbi és kevésbé régi KöMaL-feladatok alkották (a feladatokat és az eredményeket külön közöljük).

A vándorgyűlésről hosszú beszámoló olvasható az Érintő Elektronikus Matematikai Lapok szeptemberi számában*. Az előadások anyagai megtekinthetők a vándorgyűlés honlapján (`http://www.bolyai.hu/rlv2018.htm`).

A 2019-es vándorgyűlés helyszíne Gödöllő, ide ismét nagy létszámban várja a matematikatanárokat a Bolyai János Matematikai Társulat.

A középiskolai tanárok versenyének feladatai

1. Hány olyan háromjegyű szám van, amelyet a szám számjegyeinek összegével akár növelünk, akár csökkentünk, csupa egyenlő jeggyel írt számot kapunk? (A) 0; (B) 1; (C) 2; (D) 3; (E) 4. (*KöMaL,* 1959)

2. Mennyi a 99999 szám (5 db 9-es) köbében a számjegyek összege? (A) 72; (B) 90; (C) 99; (D) 108; (E) 144. (*KöMaL,* 2012)

3. Egy számot nevezzünk *egoistának,* ha minden számjegye annyiszor szerepel a számban, amennyi maga a számjegy. Egoista szám például a 132332. Hány hatjegyű egoista szám van? (A) 15; (B) 21; (C) 60; (D) 81; (E) 82. (*KöMaL,* 2007)

* `http://www.ematlap.hu/index.php/tanora-szakkor-2018-09/782-arany-daniel-nyomdokain-gyorben`.

4. Hány olyan n egész szám van, amelyre $\log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \ldots \cdot \log_n(n+1) = 10$ teljesül? (A) 0; (B) 1; (C) 2; (D) 3; (E) 4. (*KöMaL,* 2003)

5. Legfeljebb hány részre osztható fel a sík 4 darab párhuzamos oldalú téglalappal? (A) 22; (B) 26; (C) 28; (D) 30; (E) 32. (*KöMaL,* 1991)

6. Az első 1000 pozitív egész szám közül legfeljebb hányat választhatunk ki úgy, hogy semelyik két kiválasztott szám összege ne legyen osztható a különbségükkel? (A) 330; (B) 331; (C) 332; (D) 333; (E) 334. (*KöMaL,* 2007)

7. Rögzíteni szeretnénk a függönyt a karnisra. Az egyenlő távolságokat akkor tudjuk egyszerűen biztosítani, ha a két szélső csipesz odacsíptetése után a maradékban van középső, sőt azt is megköveteljük, hogy ez minden további kettéosztásnál, a középső csipesz rögzítése után is teljesüljön. Hány csipeszt tehetünk a karnisra, ha így szeretnénk rögzíteni a függönyt? (A) 31; (B) 32; (C) 33; (D) 34; (E) 35. (*KöMaL,* 2004)

8. Tetszőleges x valós számra legyen $f(x)$ a $4x+1$, $x+2$, $-2x+4$ értékek minimuma. Mennyi $f(x)$ legnagyobb értéke? (A) 2; (B) $2\frac{1}{3}$; (C) $2\frac{1}{2}$; (D) $2\frac{2}{3}$; (E) 3. (*KöMaL,* 2003)

9. A KML légitársaság ingajáratokat közlekedtet néhány város között úgy, hogy egy városból nem lehet háromnál több másikba közvetlenül eljutni. Legfeljebb egy átszállással viszont már bárhonnan eljuthatunk bárhová. Legfeljebb hány város között járnak a gépek? (A) 7; (B) 8; (C) 9; (D) 10; (E) 11. (*KöMaL,* 1992)

10. Hány megoldása van az $x+y+z=100$ egyenletnek a pozitív egész számok körében? (A) 4755; (B) 4753; (C) 4851; (D) 4950; (E) 5050. (*KöMaL,* 2006)

11. Egy 10 emeletes házban egyszer a lift a földszintről indult. Útja során csak egész emeleten állt meg, mégpedig mindegyiken pontosan egyszer. Közben legfeljebb hány méter utat tett meg, ha két szomszédos szint közti különbség 4 m? (A) 200; (B) 220; (C) 240; (D) 260; (E) 280. (*KöMaL,* 1981)

12. Egy labirintus folyosói egy 10-oldalú konvex sokszög oldalai és átlói. Legalább hány mécsest kell elhelyeznünk a labirintusban ahhoz, hogy minden járat meg legyen világítva? (A) 5; (B) 9; (C) 10; (D) 11; (E) 12. (*KöMaL,* 1987)

13. Legfeljebb hány zárt intervallumot adhatunk meg a számegyenesen úgy, hogy bármely három közül legyen két egymást metsző, viszont bármely négynek a közös része üres legyen? (A) 5; (B) 6; (C) 7; (D) 8; (E) 9. (*KöMaL,* 1988)

14. Adott négy pozitív szám, a, b, c, d. Az ab, ac, ad, bc, bd, cd szorzatok közül ötöt ismerünk, ezek 2, 3, 4, 5, 6. Mennyi a hatodik szorzat értéke? (A) 2,4; (B) 3,6; (C) 4,8; (D) 8; (E) 12. (*KöMaL,* 2009)

15. Egy ötszög négy belső szöge 120°-os. Az ezekkel a szögekkel szemközti, egymáshoz csatlakozó négy oldal hossza sorban: 2, 8, 5, 5. Milyen hosszú az ötödik oldal? (A) 1; (B) 2; (C) 3; (D) 4; (E) 5. (*KöMaL,* 2011)

16. Hány valós gyöke van a $\sqrt[3]{2-x}+\sqrt{x-1}-1=0$ egyenletnek? (A) 0; (B) 1; (C) 2; (D) 3; (E) 4. (*KöMaL,* 1987)

17. Legkevesebb hány egyenes vágással lehet egy 5×5-ös négyzetet egységnyi élhosszúságú négyzetekre felvágni, ha az egyes vágások után kapott részeket tetszés szerint rendezhetjük el az újabb vágás előtt, és így egyszerre többüket is kettévághatjuk? (A) 4; (B) 5; (C) 6; (D) 7; (E) 8. (*KöMaL,* 1989)

18. Egy kerek asztalnál hazugok és igazmondók ülnek, összesen 30-an. Tudjuk, hogy minden hazudós két szomszédja közül pontosan az egyik hazudós. A 30 ember közül 12-en azt mondják, hogy nekik pontosan egy hazudós szomszédjuk van, a többiek pedig azt, hogy mindkét szomszédjuk hazudós. Hány hazudós ül az asztalnál? (A) 12; (B) 13; (C) 14; (D) 15; (E) 16. (*KöMaL,* 2009)

19. Mi a valószínűsége annak, hogy 3 kockával egy hatost dobunk? (A) $\frac{25}{36}$; (B) $\frac{25}{54}$; (C) $\frac{25}{72}$; (D) $\frac{25}{108}$; (E) $\frac{25}{216}$. (*KöMaL,* 1934)

20. Három egymást követő páros szám szorzata $87XXXXX8$ alakú. Mennyi ebben a nyolcjegyű számban a számjegyek összege? (A) 42; (B) 43; (C) 44; (D) 45; (E) 46. (*KöMaL,* 1981)

21. Hány olyan pozitív egész n szám van, amelynek $\frac{n}{2}$ darab pozitív osztója van? (A) 0; (B) 1; (C) 2; (D) 3; (E) 4. (*KöMaL,* 1995)

22. Egy szám négy prímszám szorzata. Melyik ez a szám, ha tudjuk, hogy a négy prímszám négyzetösszege 476? (A) 1947; (B) 1986; (C) 1989; (D) 1995; (E) 2013. (*KöMaL,* 1989)

23. A 20×20-as sakktábla néhány mezőjén bábu áll. Egy bábut akkor vehetünk le a tábláról, ha annak sorában vagy oszlopában a mezőknek legalább a fele üres. Legalább hány bábura van szükségünk ahhoz, hogy azokat alkalmasan elhelyezve egyiküket se lehessen levenni? (A) 100; (B) 120; (C) 121; (D) 144; (E) 145. (*KöMaL,* 2011)

24. Tímár Mihály nehéz helyzetbe került, mert lekopott a kincset rejtő zsákról a vörös félhold. Annyit tud, hogy a négy zsák közül a legnehezebbikben a búzába rejtve ott van a kincs. Három mérés során az derült ki, hogy az első zsák a másodikkal együtt kisebb, a harmadikkal együtt ugyanakkora, a negyedikkel együtt pedig nagyobb tömegű, mint a másik két zsák. Hányadik zsákban van a kincs? (A) 1.; (B) 2.; (C) 3.; (D) 4.; (E) Nem dönthető el egyértelműen. (*KöMaL,* 2006)

25. Öt különböző színű kockával dobunk. Hányféleképpen fordulhat elő, hogy a dobások összege 11? (A) 205; (B) 210; (C) 216; (D) 224; (E) 228. (*KöMaL,* 1994)

26. Egy háromszög két oldalának hossza 12 és 18. Egy másik, ehhez hasonló, de vele nem egybevágó háromszög két oldalának hossza ugyancsak 12 és 18. Mekkora a kisebb kerületű háromszög harmadik oldalának hossza? (A) 7; (B) 8; (C) 9; (D) 10; (E) 11. (*KöMaL,* 2011)

27. Egy 12 fős csoport tagjait hányféleképpen lehet 6 párba osztani? (A) 720; (B) 1440; (C) 4320; (D) 10 395; (E) 12 496. (*KöMaL,* 1928)

28. Adott egy szabályos 13 oldalú sokszög. Hány olyan háromszög van, amelynek csúcsai a sokszög csúcsai közül valók és a háromszög tartalmazza a sokszög középpontját? (A) 66; (B) 78; (C) 91; (D) 143; (E) 208. (*KöMaL,* 1985)

29. Hány olyan $\overline{abc}$ háromjegyű prímszám van, amelynek valamely többszöröse az a, b, c számjegyek valamilyen más sorrendjével írható fel? (A) 0; (B) 1; (C) 2; (D) 3; (E) 4. (*KöMaL,* 1959)

30. Egy játékkockával addig dobunk, míg hatos nem jön ki. Mi a valószínűsége annak, hogy közben nem dobunk ötöst? (A) $\frac{1}{6}$; (B) $\frac{1}{4}$; (C) $\frac{1}{3}$; (D) $\frac{1}{2}$; (E) $\frac{5}{6}$. (*KöMaL,* 1974)

A feladatsort **Róka Sándor** állította össze és **Kiss Géza** lektorálta

A középiskolai tanárok versenyének eredménye

1. Fridrik Richárd (Szeged, Magister Universitas) .... 110 pont
2. Fonyó Lajos (Keszthely, Keszthelyi Vajda János Gimn.) .... 105 pont
3. Baloghné Cseh Judit (Szolnok, Varga Katalin Gimn.) .... 101 pont
4. Mahler Attila (Budapest, Berzsenyi Dániel Gimn.) .... 98 pont
5. B. Varga József (Temerin, Petar Kočić Ált. Isk.) .... 97 pont
6. Csanády Zsuzsa (Budapest, Baár-Madas Református Gimn.) .... 91 pont
7. Fonyóné Németh Ildikó (Keszthely, Keszthelyi Vajda János Gimn.) ..... 88 pont
8. Szabadfalviné Kormányos Anikó (Miskolc, Földes Ferenc Gimn.) ...... 84 pont
8. Jeneiné Bicsák Krisztina (Budapest, Szent István Gimn.) .... 84 pont
10. Vértes Judit (Budapest, Kölcsey Ferenc Gimn.) .... 82 pont.

Az általános iskolai tanárok versenyének[*] eredménye

1. Egyed László (Bajai III. Béla Gimn.) .... 111 pont
2. Paróczay Eszter (Gödöllői Premontrei Szent Norbert Ált. Isk. és Gimn.) . 97 pont
3. Bajcsi Barnabás (Lakszakállas, Magyar Tannyelvű Alapiskola) .... 91 pont
4. Aszódiné Pálfi Edit (Kecskemét, Zrínyi Ilona Ált. Isk.) .... 86 pont
5. Miklós Ildikó (Vámosmikolai Ált. Tagisk.) .... 85 pont
6. Tóth Gabriella (Csantavér, Hunyadi János Ált. Isk.) .... 77 pont.

A 2018. évi Beke Manó Emlékdíjasok

A Beke Manó Emlékdíj Bizottság döntése alapján 2018-ban a díj második fokozatában részesült **Bíró Éva, Csóka Gézáné, Csordásné Szécsi Jolán, Gulyásné Nemes Katalin, Maróti Lászlóné, Maksa Gyula** és **Paulovits György.**

A részletes indoklás honlapunkon (`www.komal.hu`) olvasható.

Gyakorló feladatsor
emelt szintű matematika érettségire

I. rész

1. *a*) Oldjuk meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletet:

$$\sqrt{x} = 6 - x. \qquad (5\ pont)$$

b) Oldjuk meg a $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$ intervallumon az alábbi egyenletet:

$$\sin^2 x + \cos x = -1. \qquad (6\ pont)$$

[*]Az általános iskolai tanárok versenyének feladatait nem közöljük.