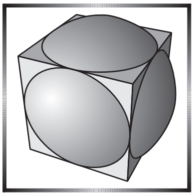


Az A pontversenyben kitűzött nehezebb feladatok (734–736.)

A. 734. Adott az n csúcsú G fagráf, a csúcsainak halmaza V, és adott a síkon egy n-elemű P ponthalmaz, melynek elemei között nincs három egy egyenesen. Igaz-e a G gráf és a P halmaz tetszőleges kiválasztása esetén, hogy G belerajzolható a P halmazba, vagyis létezik olyan $f: V \to P$ kölcsönösen egyértelmű megfeleltetés, hogy ha G minden (x,y) éléhez megrajzoljuk az $\big[f(x),f(y)\big]$ szakaszt, akkor semelyik két ilyen szakasz nem metszi egymást?

Javasolta: *Váli Benedek* (Szeged)

A. 735. Van-e olyan $a_1, a_2, \ldots$ végtelen valós számsorozat, amely korlátos, nem periodikus, és teljesíti az $a_{n+1} = a_{n-1}a_n + 1$ rekurziót?

A. 736. Az Ω kör belsejében fekszik az ω kör. Az Ω körön mozog az X pont. Az X-ből ω-hoz húzott érintők az Ω kört másodszor az $A \neq X$ és $B \neq X$ pontokban metszik. Mutassuk meg, hogy az AB egyenesek vagy egy rögzített kör érintői, vagy pedig egy ponton mennek át.

❄

Beküldési határidő: 2018. november 10.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`
Cím: KöMaL feladatok, Budapest 112, Pf. 32. 1518

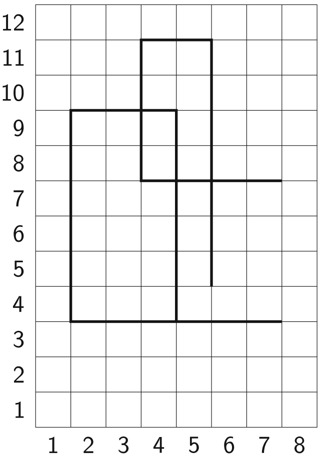
❄

Informatikából kitűzött feladatok

I. 463 (É). Adott egy nagyméretű négyzethálós lap, amelynek O oszlopa és S sora van. A négyzetek csúcspontjainak koordinátái egész számok, a bal alsó sarok az origó, azaz a $(0;0)$ koordinátájú pont. A lapon egy szikével bemetszéseket készítünk, amelyek párhuzamosak a lap valamelyik oldalával. A bemetszések végpontjai egész koordinátájú pontok. Tudjuk, hogy bemetszés nem indul és nem végződik a lap szélén.

A honlapunkról letölthető `nhalo.txt` szöveges állomány első sorában a négyzetháló méretét megadó O és S értékek találhatók. A következő sorban a bemetszések B száma szerepel. Az ezt követő B sor mindegyikében egy számnégyes található, amelyből az első számpár a bevágás egyik végpontja, a második pedig a bevágás másik végpontja. A számpárok első tagja az oszlop, a második a sor koordinátája. A számokat pontosan egy szóköz választja el egymástól, a számok egyike sem nagyobb, mint 1000.

Készítsünk programot, amely a lap méretének és a bemetszések adatainak ismeretében megoldja a következő feladatokat. Minden feladat megoldása előtt írjuk ki a feladat sorszámát, pl. „`1. feladat:`", illetve a beolvasás és kiírás esetén röviden írjunk magyarázó szöveget. Az ékezetmentes kiírás is elfogadott.



1. feladat: Olvassuk be a szöveges állományból az adatokat, és tároljuk el későbbi feldolgozás céljából.

2. feladat: Írjuk ki a legkisebb sorszámú sort, amelyben nincs bemetszés, például a következő formában: „A legkisebb sorszámú bemetszés nélküli sor: 2".

3. feladat: Adjuk meg annak a legkisebb téglalapnak a területét, amely az összes bemetszést tartalmazza. A kimenet például „A legkisebb, minden bemetszést tartalmazó téglalap területe: 48".

4. feladat: Adjuk meg, hogy összesen hány pontban találkoznak merőlegesen bemetszések. A kimenet például „A metszések 10 helyen találkoznak merőlegesen".

5. feladat: Kérjünk be a felhasználótól egy oszlopszámot, és adjuk meg, hogy az adott oszlop milyen hosszúságú része nem tartalmaz bemetszést.

6. feladat: Adjuk meg a bemetszések hosszának átlagát két tizedesjegy pontossággal megjelenítve, például „A metszések átlagos hossza 4,75".

7. feladat*: Hozzuk létre a `sorok.txt` szöveges állományt, amely a négyzetháló bemetszések utáni helyzetét mutatja a sorok szerint. A szöveges állomány S sort tartalmaz, elsőként a négyzetháló legfelső egységnégyzeteit, majd sorban az utána következő négyzeteket, végül a négyzetháló legalsó sorának négyzeteit írja le. Ha egy sorban nincs függőleges bemetszés, akkor abban csak a 0 szám szerepel. Egyébként

Példa az `nhalo.txt` állományra (a / jel sortörést helyettesít)	**Példa a `sorok.txt` állományra** (a / jel sortörést helyettesít)

`8 12 / 8`
`1 3 7 3 / 1 3 1 9 / 4 3 4 9`
`1 9 4 9 / 3 7 3 11 / 3 7 7 7`
`3 11 5 11 / 5 11 5 4`
	`0 / 3 2 3 / 3 2 3 / 1 2 1 1 3`
	`1 2 1 1 3 / 1 3 1 3 / 1 3 1 3`
	`1 3 1 3 / 1 3 4 / 0 / 0 / 0`

*Ez a részfeladat az emelt szintű érettségi programozási feladatoknál összetettebb, nehezebb.

annyi egész van benne, ahány függőleges bemetszést ejtettek a sorban. Ilyenkor az egészek oszlopok szerint növekvő sorrendben mutatják a sor összefüggő, nem szétvágott négyzeteinek számát.

Beküldendő egy `i463.zip` állományban a program forráskódja és rövid dokumentációja, amely megadja, hogy a forrásállomány melyik fejlesztői környezetben fordítható.

I. 464. Közismert a kincsgyűjtögető játék, amelyben egy téglalap alakú tábla egyes mezőin haladva az érintett mezőkön elhelyezett kincseket megszerezhetjük. Továbblépni csak jobbra vagy lefele lehet. A cél az összességében a lehető legnagyobb értéket adó kincs begyűjtése.

A feladatot most táblázatkezelő program segítségével kell megoldanunk. A munkafüzet `térkép` munkalapján 16 sorban és 16 oszlopban helyeztünk el „kincseket”, pontosabban az azokat jelképező pozitív számokat.

Feladatunk, hogy feltételes formázás segítségével a térképre „rajzoljuk” – az alábbi mintához hasonlóan – a legnagyobb összértékű kincs begyűjtését eredményező útvonalat. A térkép alatt jelenítsük meg az elérhető legmagasabb összértéket is.

1,0													1,0	1,0	
			1,0										1,0	1,0	1,0
1,0		1,0													1,0
										1,0				1,0	1,0
														1,0	1,0
			1,0											1,0	1,0
						1,0									1,0
						1,0			8,0					1,0	1,0
		1,0				1,0		1,0							
						1,0					1,2			1,0	
			1,0			1,0				1,0					
				1,0		1,0			1,1						
													1,0		
				1,0											

A begyűjthető maximális érték: 16,2

A segédszámításokhoz tetszőleges számú munkalapot és cellát használhatunk. A megoldáshoz csak beépített függvények használhatók. A megoldás során törekedjünk másolható képletek használatára. (A felhasznált cellák és képletek száma a megoldás értékelését nem befolyásolja.)

Értékelés: a feladat hibamentes megoldásáért 7 pont kapható. A körültekintően elkészített, minden képlet szerepét megvilágító dokumentáció 3 pontot ér.

Beküldendő egy `i464.zip` tömörített állományban a megoldást tartalmazó `i464` munkafüzet és a dokumentációt magában foglaló `i464.pdf` fájl. A dokumentáció tartalmazza a használt táblázatkezelő nevét, verziószámát és a megoldás során használt képleteket és azok szerepének leírását (a másolhatókat természetesen egyszer).

I. 465. Adott egy R sugarú kör alakú lap ($10\text{ mm} \leqslant R \leqslant 100\text{ mm}$), amelyet leteszünk a földre. A lapra N darab ($1 \leqslant N \leqslant 100$) kisebb körlapot ejtünk véletlenszerűen úgy, hogy csak azokat az ejtéseket fogadjuk el, amelyeknél az ejtett lap nem lóg ki a földön lévő lapról. Az ejtett lapok átfedhetik egymást, de teljes egészében a lefektetett nagyobb lapon vannak. Kérdés, hogy a nagy lap területének hány százaléka nincs az N darab kisebb körlappal lefedve. Készítsünk szimulációs programot, amely modellezi a jelenséget, és minél pontosabban válaszol a kérdésre.

A program a standard bemenet első sorából olvassa be R és N értékét (egészek), valamint a következő sorból a leejtett körlapok sugarát (mindegyik sugár 1 mm-nél nagyobb, de R-nél kisebb egész érték). A standard kimenetre írjuk ki a lefektetett körlap nem lefedett részének területét négyzetmilliméter pontossággal.

Bemenet	**Kimenet**
`50 8` `12 15 10 22 18 16 24 23`	`3535`

Beküldendő egy `i465.zip` állományban a program forráskódja és rövid dokumentációja, amely megadja, hogy a forrásállomány melyik fejlesztői környezetben fordítható.

I/S. 29. Egy ország városait kétirányú utak kötik össze, melyek használatáért díjat kell fizetni. Bármelyik városból bármelyik városba el lehet jutni az utakon. Két város között legfeljebb egy közvetlen út van. Néhány városban szupermarket is található. Az országba Q család érkezik, akik különböző vagyoni helyzetűek. Minden család szeretne olyan városba költözni, ahol nincs szupermarket. Ha egy család vagyoni helyzete K, akkor csak olyan városban lakhat, ahonnan el tud menni bevásárolni egy szupermarketbe összesen legfeljebb K útdíjat fizetve (az oda- és visszautat számolva). Adjuk meg minden családra, hogy hány olyan város van az országban, ahol nincs szupermarket, mégsem tud odaköltözni a család, mert túl költséges lenne egy szupermarketbe való eljutás a vagyoni helyzetükhöz képest.

Bemenet: Az első sor tartalmazza a városok N számát, az utak M számát, a szupermarketet tartalmazó városok D számát és a családok Q számát. A következő M sor mindegyike három számot tartalmaz: az első kettő azon városok indexe, amik között az adott út van, a harmadik szám pedig az út használatának díja. A következő sorban D szám van: azon városok indexei, amikben van szupermarket. A következő sorban Q szám van: az i-edik szám az i-edik család vagyoni helyzetét leíró K érték. A városokat 0-tól $N-1$-ig indexeljük.

Kimenet: Egy sorba írjunk ki Q darab számot: a sor i-edik száma adja meg, hogy az i-edik család hány olyan városba nem tud költözni a vagyoni helyzete miatt, ahol nincs szupermarket.

Bemenet (a / jel sortörést helyettesít)	**Kimenet**

`6 7 2 5`
`0 1 4 / 3 0 2 / 0 5 2 / 2 0 5 / 2 3 2 / 3 4 1 / 4 5 2`
`0 4`
`0 7 4 2 9`
	`4 1 2 4 0`

Korlátok: $1 \leqslant D < N \leqslant 10^5$, $1 \leqslant M \leqslant 5 \cdot 10^5$, $1 \leqslant Q \leqslant 10^5$, $0 \leqslant$ egy út díja, $K \leqslant 2 \cdot 10^9$, egészek. Időkorlát: 0,1 s, memórialimit 100 MiB.

Értékelés: a pontok 20%-a kapható, ha minden út díja 1; további 20% kapható, ha $D = 1$; további 20% kapható, ha $Q = 1$; további 40% kapható az eredeti korlátokra.

S. 128. A fáraó elrendelte egy piramis építését, ehhez kőtömböket kell szállítani a bányától Q kilométerre levő építési területig. N kereskedő megadta, hogy mettől-meddig tud tömböt szállítani. Minden kereskedő legfeljebb egyszer szállít legfeljebb egy kőtömböt. A fáraó legfeljebb M kereskedőt kérhet meg a szállításra a költségek csökkentése érdekében. Segítsünk a fáraónak kiszámolni, hogy legfeljebb hány kőtömböt tud elszállíttatni az építési területre, és ehhez minimum hány embert kell megfizetnie. Egy kereskedő akkor tudja átadni a kőtömbjét egy másiknak szállításra, ha legalább addig el tudja vinni a tömböt, ahonnan a másik indulhat.

Bemenet: Az első sor tartalmazza a kereskedők N számát, a maximálisan megkérhető kereskedők M számát, valamint a bánya és az építési terület Q távolságát. A kereskedőket 0-tól $N-1$-ig sorszámozzuk. A következő N sor mindegyike két számot tartalmaz: az adott kereskedő hányadik kilométertől hányadik kilométerig tud szállítani.

Kimenet: Az első sorba írjuk ki, hogy maximum hány kőtömböt lehet elszállítani; a következő sorba, hogy ehhez minimálisan hány kereskedőnek kell fizetni.

Bemenet (a / jel sortörést helyettesít)	**Kimenet**

`13 9 20`
`4 9 / 0 3 / 7 16 / 0 6 / 5 9 /0 4 / 4 12`
`11 20 / 9 10 / 10 14 / 14 20 / 15 20 / 17 18`
	`2`
	`7`

Korlátok: $1 \leqslant M \leqslant N \leqslant 10^5$, $0 \leqslant Q \leqslant 2 \cdot 10^9$, egészek. Időlimit: 1 s, memórialimit 100 MiB.

Értékelés: A pontok 20%-a kapható, ha maximum egy tömböt tud a fáraó elszállíttatni; további 20% kapható, ha $M = N$; további 20% kapható, ha $N \leqslant 1000$; további 10% kapható, ha $Q \leqslant 10^5$; további 30% kapható az eredeti korlátokra.

❄

A feladatok megoldásai regisztráció után a következő címen tölthetők fel:
`https://www.komal.hu/munkafuzet`
Beküldési határidő: 2018. november 10.

❄

Nyári matematika- és fizikatábor 2018. Dombóvár

2018. június utolsó hetében összesen 45 középiskolás diák gyűlt össze a Dombóvár-Gunaras Hotel Európában és Apartmanparkban. A társaság egyik fele matematikával, a másik fizikával foglalkozott, a szabadidőt pedig közösen töltötték. A tábort a Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapokat kiadó MATFUND Alapítvány szervezte, a tábor vezetője *Nagyné Szokol Ágnes* volt.

A fizika szekcióba 25 középiskolás érkezett, közöttük heten határon túlról. Vladár Károly (a KöMaL fizika szerkesztőbizottságának tagja), *Asbóth János* (MTA Wigner FK, IYPT felkészítő tanár) és *Szász Krisztián* (KöMaL szerkesztőbizottság, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, IPhO felkészítő tanár) vezetése, valamint *Asztalos Bogdán* és *Olosz Balázs* (korábbi kömalozók, táborozók és egyetemisták) támogatásával a fizika iránt érdeklődők csapatokba rendeződve végeztek méréseket, vitatkoztak elméleti feladatokon.

A matematika szekcióba érkezett 20 diák számára ez a hét jelentette az utolsó edzés lehetőségét a nyár során megrendezésre került több nagy nemzetközi matematikai diákolimpiára. Felkészítőik *Dobos Sándor* (Budapesti Fazekas Mihály Gimnázium tanára, a Nemzetközi Matematikai Diákolimpiai csapat helyettes vezetője) és *Williams Kada* (KöMaL szerkesztőbizottság, egyetemi hallgató, háromszoros olimpikon) voltak.

A tábor a Nemzeti Tehetség Program keretében az Emberi Erőforrások Minisztériuma támogatásával valósult meg (NTP-TÁB-18-0047 **„KöMaL nyári matematika és fizika tehetséggondozó tábora”**).

A rendezvényt támogatta még az MTA Wigner Fizikai Kutatóközpont és az MTA Energiakutató Központ, valamint Krausz Ferenc fizikus (Max Planck Institute für Quantenoptik, Garching, Németország).

A szervezők

Matek olimpiai edzőtábor Dombóváron

A matek diákolimpiára komolyabban készülő diákok már ismerik egymást. Látják egymás nevét a KöMaL-ban, találkoznak olimpiai szakkörön, versenyeken. A 2017/18-as tanévben az utolsó olimpiai válogatót Kecskeméten szervezte a Mategye Alapítvány. Ott az IMO, MEMO csapatok kialakultak, emellett körvonalazódott az utánpótlás gerincét adó társaság is. Ez a 20 diák kapott meghívást a június végén Dombóváron rendezett olimpiai edzőtáborba.

A matematika szakmai program reggelente egyéni feladatmegoldással indult. Ezt követően csapatban lehetett dolgozni, majd közös megbeszélésen néztük át a megoldásokat. Ezeket az alkalmakat Dobos Sándor vagy Williams Kada irá-