

A. 723. Legyen $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olyan folytonos függvény, melyre bármely x valós szám esetén létezik a

$$g(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)}{h^2}$$

határérték. Mutassuk meg, hogy ha $g(x)$ konstans, akkor $f(x)$ legfeljebb másodfokú polinomfüggvény.

A. 724. Az $ABCD$ tetraéder belsejében úgy helyezkedik el a \mathcal{G} gömb, hogy érinti az ABD , ACD és BCD lapokat, de nincs közös pontja az ABC síkkal. Legyen E az a pont a tetraéder belsejében, amelyre \mathcal{G} érinti az ABE , ACE és BCE síkokat is. A DE egyenes dőlje az ABC lapot F -ben, és legyen L a \mathcal{G} gömbnek az ABC síkhoz legközelebbi pontja. Mutassuk meg, hogy az FL szakasz átmegy az $ABCE$ tetraéderbe írt gömb középpontján.

Beküldési határidő: 2018. május 10.

Elektronikus munkafüzet: <https://www.komal.hu/munkafuzet>

Cím: KöMaL feladatok, Budapest 112, Pf. 32. 1518



Informatikából kitűzött feladatok

I. 454. A szólánc kedvelt nyelvi játék. A játék során úgy kell szavakat egymás után mondani, hogy az előző szó utolsó betűjével kezdődjön a következő szó. Ebben a feladatban egy kész szólánc összekevert szavait kell a játék szabályainak megfelelően újra sorrendbe állítani.

Készítsünk programot `i454` néven, amely a bemeneten megadott N szó mind-egyikét felhasználva a szóláncot előállítja. Minden szó a szóláncban egyszer szerepelhet és kell is, hogy szerepeljen. Több lehetséges megoldás esetén elegendő egyet megadni.

A program standard bemenetének első sorában a szavak N ($2 \leq N \leq 500$) számát és az ezt követő N sorban a szavakat (ékezetmentesek és nagybetűsek) adjuk meg. A program a standard kimenetre írja ki a szóláncot. A szavakat szóközzel elválasztva sorolja fel.

Példa bemenet (a / jel sortörést jelöl)	Példa kimenet
6 LANKAD / DAL / DURVA FIATAL / AJKAD / DAGAD	FIATAL LANKAD DURVA AJKAD DAGAD DAL

Beküldendő egy tömörített **i454.zip** állományban a program forráskódja és rövid dokumentációja, amely megadja, hogy a forrásállomány melyik fejlesztői környezetben fordítható.

I. 455 (É). Mobiltelefon-előfizetések számát sorolja fel 2000 és 2015 között, ezer lakosra megadva a következő weboldal: https://www.ksh.hu/docs/hun/xstadat/xstadat_eves/i_int074.html (utolsó letöltés: 2018. január 6.). A feladat ezen adatok feldolgozása lesz táblázatkezelő program segítségével.

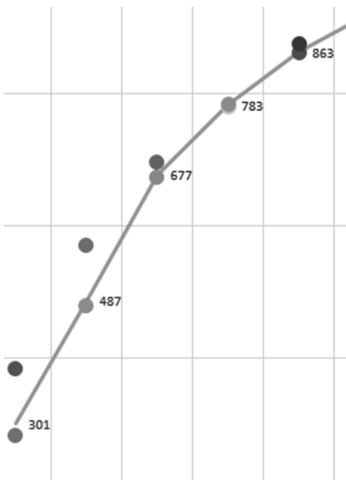
1. Töltsük be a **mobilelofizetesek.txt** szövegfájlt a táblázatkezelő egy munkalapjára az A1-es cellától kezdődően. Munkánkat **i455** néven mentjük el a táblázatkezelő alapértelmezett formátumában.
2. Vizsgáljuk meg országonként, hogy egyik évről a következőre, hány ezer fővel nőtt a felhasználók száma. Ennek függvényében adjuk meg, hogy az adott országban mekkora volt az átlagos növekedés. Végül az U oszlop egy cellájában határozzuk meg, hogy az összes országot figyelembe véve mekkora az átlagos évenkénti növekedés.
3. Az R oszlopban adjuk meg százalékban kifejezve, hogy mennyi az adott ország éves növekedésének átlaga az összes ország átlagához viszonyítva.
4. Az U oszlop egy cellájában határozzuk meg, hogy melyik az az ország, ahol a legnagyobb eltérés mutatkozott a felhasználók száma között valamely két egymást követő évet viszonyítva egymáshoz.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	
1	Mobiltelefon-előfizetések száma (2000-2015)																							
2	(ezer lakosra)																							
3	Ország	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	átlag						
22	India	3	6	12	31	47	80	145	202	295	441	624	732	699	708	745	788	~%						
23	Írország	647	768	762	873	945	1027	1110	1159	1160	1067	1052	1085	1096	1055	1051	1037	~%						
24	Izrael	732	859	1010	1042	1117	1175	1243	1296	1299	1228	1230	1207	1233	1255	1335	1335	~%						
25	Japán	554	304	643	643	722	799	985	811	857	933	848	1043	1169	1233	1233	1233	~%						
26	Kanada	524	514	573	621	671	628	575	615	662	705	757	778	776	796	833	817	~%						
27	Kína	67	132	194	309	356	298	348	430	473	553	632	721	826	897	929	882	~%						
28	Koreai Köztársaság	523	623	721	782	885	953	1033	1058	1067	1048	1077	1034	1010	1037	1037	1037	~%						
29	Lengyelország	176	203	233	263	304	363	423	483	543	603	663	723	783	843	903	963	~%						
30	Lettország	163	230	306	373	451	529	607	685	763	841	919	997	1075	1153	1231	1309	~%						
31	Litvánia	150	194	238	282	326	370	414	458	502	546	590	634	678	722	766	810	~%						
32	Luxemburg	695	929	1066	1206	1344	1482	1620	1758	1896	2034	2172	2310	2448	2586	2724	2862	~%						
33	Macedónia	56	68	176	373	473	573	673	773	873	973	1073	1173	1273	1373	1473	1573	~%						
34	Magyarország	76	104	132	160	188	216	244	272	300	328	356	384	412	440	468	496	~%						
35	Málta	291	555	819	1083	1347	1611	1875	2139	2403	2667	2931	3195	3459	3723	3987	4251	~%						
36	Mexikó	136	207	278	349	420	491	562	633	704	775	846	917	988	1059	1130	1201	~%						
37	Németország	579	671	767	851	935	1019	1103	1187	1271	1355	1439	1523	1607	1691	1775	1859	~%						
38	Norvégia	718	796	835	891	947	1003	1059	1115	1171	1227	1283	1339	1395	1451	1507	1563	~%						
39	Olaszország	741	896	993	1081	1177	1273	1369	1465	1561	1657	1753	1849	1945	2041	2137	2233	~%						
40	Oroszország	22	59	121	243	511	824	1048	1192	1369	1601	1833	2065	2297	2529	2761	3003	~%						
41	Portugália	647	771	834	938	1009	1039	1127	1177	1229	1315	1333	1373	1413	1453	1493	1533	~%						
42	Románia	112	177	230	317	461	604	722	827	1114	1345	1514	1674	1834	1994	2154	2314	~%						
43	Spanyolország	602	728	811	886	964	1032	1082	1127	1178	1223	1273	1318	1368	1418	1468	1518	~%						
44	Svájc	647	733	782	840	854	894	934	974	1014	1054	1094	1134	1174	1214	1254	1294	~%						
45	Svédország	718	693	622	524	478	1008	1057	1096	1131	1172	1212	1252	1292	1332	1372	1412	~%						
46	Szerbia	472	670	815	1045	1198	1244	1253	1302	1378	1394	1221	~%						
47	Szlovákia	231	399	543	683	793	842	907	1123	1019	1013	1090	1100	1119	1139	1169	1223	~%						

5. Az U oszlop egy újabb cellájában adjuk meg, hogy Magyarország – a 2015-ös évet figyelembe véve – hányadik volt a mobiltelefon-előfizetéssel rendelkezők számának rangsorában.
6. Az előző eredmények alatt egy új cellában határozzuk meg, hogy várhatóan melyik lesz az az év, amikor minden ország eléri az 1 millió előfizetőt, ha az adatok

az eddigi országokénti növekedést követik (tétélezzük fel, hogy az előfizetések száma független a népességtől, és a népesség meghaladja az 1 millió főt mindegyik országban).

7. Feltételes formázást használva jelöljük világoskék színnel és félkövér stílussal az évenkénti magyarországi értékeket és az adott évben a magyarországi értékkel egyező értékeket. A magyarországi értékhez legközelebb eső, nála nagyobb számértéket jelöljük félkövér, dőlt betűstílussal és pirosan kitöltött cellával, az annál kisebb, hozzá legközelebb eső értéket félkövér stílussal, piros kitöltéssel.



8. A 6. pont eredményét tartalmazó cella alatt határozzuk meg, hogy melyik az az ország, vagy országok, amik a leggyakrabban voltak a magyarországi értékek közelében az összes évet tekintve.
9. Készítsünk diagramot külön diagram típusú munkalapra, ahol ábrázoljuk a magyarországi, és a hozzá legközelebb álló két ország értékeit az évek függvényében a *minta* alapján.
10. A diagramot és a táblázatot a minta alapján formázzuk úgy, hogy a táblázat első két sora mindig látható legyen.

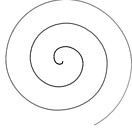
Beküldendő egy tömörített `i455.zip` állományban a megoldást adó táblázatkezelő munkafüzet és egy rövid dokumentáció, amely megadja a felhasznált táblázatkezelő nevét és verzióját.

I. 456. A képek tárolására igen sokféle fájltypus alakult ki a tárolásmóddal, a méretekkel szembeni különböző elvárások miatt. A szöveges módon tárolt, tömörítés nélküli képek nagyméretű fájlokat eredményeznek. Szerkezetük egyszerű és a legtöbb képnézegető, képszerkesztő képes megjeleníteni őket.

Készítsünk programot `i456` néven, amely egy `.pgm` kiterjesztésű (**p**ortable **g**ray**m**ap format), 8-bites, szürkeárnyaltos képet állít elő, amely egy arkhimédészi spirált ábrázol. A kép négyzet alakú legyen és a spirál középen helyezkedjen el. A háttérrel állítsuk fehérre és a spirál színét, belülről kifelé, menetenként feketétől fokozatosan a világosszürkéig változtassuk.

A program standard bemenetének első sorában a négyzet alakú kép N ($10 \leq N \leq 1000$) oldalhosszát, a szürkeárnyalatok K ($1 \leq K \leq 255$) számát, második sorában a spirál meneteinek M ($1 \leq M \leq 10$) számát és L ($1 \leq L \leq 10$) vonalvastagságát adjuk meg.

A program írja a standard kimenetre az előállított `pgm` típusú képfájl szöveges tartalmát, amelyet, ha fájlba irányítunk át, akkor utána képnézegetővel az ábra megtekinthető.

Példa a bemenetre:	Kimenet egy képnézetőben
100 15 3 2	

Értékelés: a megoldás lényegét leíró dokumentáció 1 pontot ér. További 9 pont kapható arra a programra, amely a korlátoknak megfelelő bemenetekre helyes kimenetet ad. Részpontoszám kapható arra a programra, amely vonalvastagságot, vagy színátmenetet nem kezel.

Beküldendő egy tömörített `i456.zip` állományban a program forráskódja és rövid dokumentációja, amely megadja, hogy a forrásállomány melyik fejlesztői környezetben fordítható.

I/S. 26. Informatikusok a 21-es játék egy módosított, digitalizált változatával játszanak. Nem kártyával, hanem számítógép segítségével. A gép a játék megkezdésekor mindegyik játékosnak előállít egy 64 hosszú, 1 és 9 közötti egészeket tartalmazó sorozatot – ezek lesznek egy-egy játékos „felhúzható lapjai”. A játék körökből áll, melyek során minden játékos „húzhat” a neki sorsolt lapok közül, vagy „dobhat” a kezében található lapok közül. Fontos szabály, hogy húzni vagy dobni csak pontosan 1, 2, 4 vagy 8 számú lapot szabad. A játékos a dobáshoz bármely kártyalapokat kiválaszthatja a kezéből, de húzni csak a számsorozat sorrendben következő, megfelelő darabszámú lapját szabad. A játékosok kezdetben egy lappal sem rendelkeznek. Az a játékos győz, akinek elsőként lesz a kezében az adott körben történt húzása vagy dobása után 21 a számok összege. A játék során a kézben tartott lapok összege meghaladhatja a 21-et, ez nem jelent kiesést.

Természetesen minden játékos vihetett magával egy programozható eszközt, és annak segítségével is játszhatott. Készítsünk olyan programot, amely a 64 egész ismeretében meghatározza az egyes körökben a húzások és dobások stratégiáját úgy, hogy a lehető legkevesebb kört kelljen a játékosnak játszania a 21 eléréséhez.

A megoldást adó program a standard bemenetről olvassa be a 64 egész számot, majd írja ki a standard kimenet első sorába a 21 eléréséhez szükséges legkevesebb körök számát, illetve a következő sorokban a játékos kezében lévő kártyákat növekvő sorrendben. Amennyiben a 21 nem elérhető a 64-es sorozatból szabály szerinti húzásokkal és dobásokkal, akkor a kimenet csak egy 0 legyen. Amennyiben azonos számú kör, de különböző húzások és dobások esetén is elérhető a 21, akkor bármelyik megoldás elfogadható.

Példa:

Bemenet (nem teljes, de nem lényeges a további része)	Kimenet (a / jel sortörést jelöl)
2 3 7 4 9 8 4 5 3 3 ...	3 / 2 / 2 3 4 7 9 / 2 3 7 9

Értékelés: a megoldás lényegét leíró dokumentáció 1 pontot ér. További 9 pont kapható arra a programra, amely a korlátoknak megfelelő bemenetekre helyes

kimenetet ad 1 másodperc futásidő alatt. Részpontszám kapható arra a programra, amely nem minden bemeneti értékek esetén ad helyes eredményt 1 másodpercen belül.

Beküldendő egy `is26.zip` tömörített állományban a megoldást leíró dokumentáció és a program forráskódja.

S. 125. Egy bolygó felszínét teljesen lefedik a rajta található országok, melyeket egymástól határvonalak választanak el. Minden ország egy-egy összefüggő részén található a bolygónak. A határvonalak a bolygó felületén haladó görbék, találkozási pontjaikban határvárosok találhatóak. Egy-egy határváros legalább kettő, de akár több ország határvonalainak a találkozási pontja. Minden országnak legalább két szomszédja, és legalább három határvárosa van. A határvonalak a határvárosokon kívül nem keresztezik egymást, és határváros sincs máshol, csak határvonalak találkozásánál.

Egy ország határvárosainak számát nevezzük az ország határszámának. Állapítsuk meg, hogy mennyi a bolygón az országok határszámának maximuma.

A határvárosokat pozitív egész számokkal, a határvonalakat a megfelelő határvárosok számából képzett számpárokkal jelöljük. A megoldást adó program a standard bemenet első sorából olvassa be a határvárosok V számát, illetve a határvonalak L számát, majd a következő L sor mindegyikéből egy-egy határvonalat megadó számpárt. A program írja a standard kimenetre a bolygón található országok határszámai közül a legnagyobbat.

Példa:

Bemenet (a / jel sortörést jelöl)	Kimenet
6 10	5
1 2 / 1 3 / 2 3 / 3 4 / 2 4 /	
4 5 / 5 1 / 4 6 / 3 5 / 6 5	

Korlátok: $4 \leq V \leq 1000$.

Értékelés: a megoldás lényegét leíró dokumentáció 1 pontot ér. További 9 pont kapható arra a programra, amely a korlátoknak megfelelő bemenetekre helyes kimenetet ad 1 másodperc futásidő alatt. Részpontszám kapható arra a programra, amely csak kisebb bemeneti értékek esetén ad helyes eredményt 1 másodpercen belül.

Beküldendő egy `s125.zip` tömörített állományban a megoldást leíró dokumentáció és a program forráskódja.



A feladatok megoldásai regisztráció után a következő címen tölthetők fel:

<https://www.komal.hu/munkafuzet>

Beküldési határidő: 2018. május 10.

