

A Steiner-tételt alkalmazva adjuk össze a négy kis háromszögnek a nagy háromszög súlypontjára vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatékát, így megkapjuk a nagy háromszög tehetetlenségi nyomatékát.

$$\frac{1}{16}\Theta + \left(\frac{1}{16}\Theta + \frac{m}{4}\left(\frac{s_a}{3}\right)^2\right) + \left(\frac{1}{16}\Theta + \frac{m}{4}\left(\frac{s_b}{3}\right)^2\right) + \left(\frac{1}{16}\Theta + \frac{m}{4}\left(\frac{s_c}{3}\right)^2\right) = \Theta,$$

ahonnan

$$\Theta = \frac{m}{27}(s_a^2 + s_b^2 + s_c^2).$$

Egy háromszög a oldalához tartozó súlyvonalának hossza a paralelogramma-tételből adódóan

$$s_a^2 = \frac{2b^2 + 2c^2 - a^2}{2},$$

és hasonlóan kapható meg a többi súlyvonal hossza is. Ezt a fentebb kapott képletbe helyettesítve a háromszöglap tehetetlenségi nyomatékára végül a

$$\Theta = \frac{m}{36}(a^2 + b^2 + c^2).$$

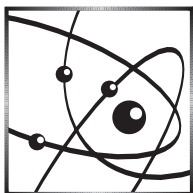
eredményt kapjuk.

Póta Balázs (Győr, Révai Miklós Gimn., 10. évf.)

Megjegyzés. Hasonló gondolatmenettel kapható meg több más síklemez, illetve homogén test tehetetlenségi nyomatéka is. Egy a és b oldalélű paralelogramma-lemezre például $\Theta = \frac{1}{12}m(a^2 + b^2)$. Ez az eredmény független a paralelogramma szögétől, emiatt egy téglalap alakú lemezre is érvényes.

(G. P.)

27 dolgozat érkezett. Helyes 22 megoldás. Kicsit hiányos (4 pont) 2, hiányos (1-3 pont) 2, hibás 1 dolgozat.



Fizikából kitűzött feladatok

M. 372. Készítsünk egy hengeres műanyag (PET) palackból homokórát. A palack kupakján alakítsunk ki egy (kb. 8-10 mm átmérőjű) lyukat, és azon keresztül pergessük ki a palackból a száraz homokot. Mérjük meg, hogyan függ az időegységenként kiáramló homok mennyisége a palackbeli homokszint magasságától!

(6 pont)

Közli: *Gnädig Péter*, Vácduka

G. 613. Körpályán mozgó jármű állandó, 72 km/h nagyságú sebességgel halad. Mennyi időnként kerül ugyanabba a pontba, ha gyorsulásának nagysága $1,6 \text{ m/s}^2$?

(3 pont)

G. 614. Egy D direkción állandójú, elhanyagolható tömegű rugó végeihez azonos, m tömegű korongokat erősítettünk. A rugót és a korongokat a rugó nyújtatlan állapotában egy légpárnás asztalra helyezzük, és a rugó tengelyének irányában v_0 sebességű mozgásba hozzuk. Egy adott pillanatban a hátul lévő korongot hirtelen megállítjuk, és fogva tartjuk.

a) Mennyi idő múlva fordul vissza a másik test?

b) Mekkora lesz a rugó legnagyobb megnyúlása, és legfeljebb mekkora rugalmas energiával rendelkezik a rugó?

Adatok: $D = 16 \text{ N/m}$, $m = 0,25 \text{ kg}$, $v_0 = 2 \text{ m/s}$.

(3 pont)

G. 615. 30° -os hajlásszögű, elég hosszú lejtőn gyorsulva csúszik lefelé egy vízzel félig telt tartály. Mekkora szöget zár be a víz felszíne a lejtő síkjával, ha a súrlódás elhanyagolható?

(3 pont)

G. 616. Egy vékony falú, elhanyagolható súlyú gimnasztikai labda sugara 30 cm , benne a levegő nyomása $1,1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, a külső légnyomás $1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Mennyivel csökken a labda térfogata, amikor egy 50 kg tömegű személy teljes súlyával ránehezedik, ha ekkor a labda egy 10 cm sugarú körben érintkezik a padlóval? A levegő hőmérséklete állandó.

(4 pont)

Közli: *Radnai Gyula*, Budapest

P. 4970. Egy jármű A városból B -be megy. Útja első részén v_1 az átlagsebessége, a hátralévón pedig v_2 . Második útszakaszának hossza hányszorosa az elsőnek, ha a teljes útra vonatkozó átlagsebessége a két részútra vonatkozó átlagsebességének

a) számtani közepe;

b) mértani közepe;

c) harmonikus közepe;

d) $1 : k$ arányú súlyozott számtani közepe?

(4 pont)

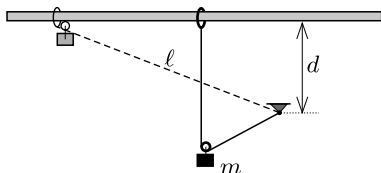
Közli: *Zsigri Ferenc*, Budapest

P. 4971. 30° -os hajlásszögű, elég hosszú lejtőn gyorsulva csúszik lefelé egy vízzel félig telt tartály. Mekkora szöget zár be a víz felszíne a lejtő síkjával, ha a tartály és a lejtő közötti súrlódási együttható $0,2$?

(4 pont)

Példatári feladat alapján

P. 4972. Egy ℓ hosszúságú, könnyű és nyújthatatlan fonál egyik végét felfüggesztjük, a másikat pedig egy kicsiny gyűrűhöz kötjük, amely súrlódásmentesen csúszhat egy – a felfüggesztési pont felett $d < \ell$ magasságban található – vízszintes rúdon. Az ily módon elhelyezett fonálra kifeszített állapotban egy kicsiny csiga közvetítésével m tömegű súlyt akasztunk a rúd közvetlen közelében, majd a rendszert magára hagyjuk.



- Mekkora lesz a test sebessége a pálya legalsó pontjában?
- Milyen görbe mentén mozog a súly?
- Mekkora erő feszíti a fonalat a pálya legalsó pontjánál?

(5 pont)

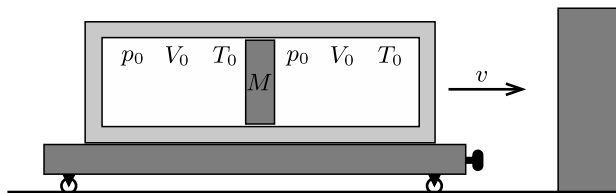
Közli: Németh Róbert,
Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.

P. 4973. Baintner Géza (1892–1980) egyetemi előadásán szerepelt az a kísérlet, amikor három gumikötél Y alakban van összekötve, és az Y szimmetrikus végeit ellenkező fázisban rezegtetve, a keletkező két hullám kioltotta egymást, a harmadik ág nyugton maradt. Kérdés: *Hová lett a két hullám energiája?*

(4 pont)

Marx György (1927–2002) feladata

P. 4974. Targoncához erősített, hőszigetelő hengerben $M = 20$ kg tömegű, könnyen mozgó, hőszigetelő dugattyú $V_0 = 50$ liter térfogatú, $T_0 = 300$ K hőmérsékletű, $p_0 = 10^5$ Pa nyomású levegőrészeket választ el. A targonca $v = 10$ m/s sebességgel halad egy fal felé, amellyel tökéletesen rugalmatlanul ütközik. Legfeljebb mekkora hőmérsékletet ér el a fal felőli részben lévő levegő a folyamat során?



(5 pont)

Közli: Holics László, Budapest

P. 4975. Egy földi laboratóriumi kísérlet során az m tömegű, Q töltésű kicsiny testet vákuumban, B indukciójú, vízszintes irányú, homogén mágneses térben engedjük el. (Feltehetjük, hogy $mg < QBc$, ahol c a fénysebesség.) A test mozgását addig vizsgáljuk, míg eléri legmélyebb helyzetét.

- Mekkora lesz a test legnagyobb sebessége?
- Milyen mélyre süllyed?
- Mekkora átlagsebességgel mozog vízszintes irányban?
- Mekkora a test gyorsulása pályájának legmélyebb pontján?

(5 pont)

Közli: Simon Péter, Pécs

P. 4976. Három kicsiny golyót egy egyenes mentén helyeztünk el úgy, hogy kezdetben nem mozognak, és a szomszédos golyók távolsága d . A golyók tömege és töltése rendre m , $2m$, $5m$, illetve q , q , $2q$.

a) Mekkora lesz a golyók távolsága és sebessége az indulást követő nagyon rövid t_0 idő múlva?

b) Mekkora lesz a golyók sebessége elegendően hosszú idő múlva?

(Az elektrosztatikus erőkön kívül minden más erőhatás elhanyagolható.)

(5 pont)

A Kvant nyomán

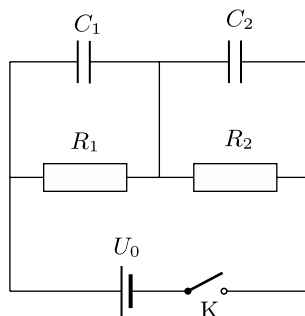
P. 4977. Az ábrán látható kapcsolásban a kapcsoló zárása előtt a kondenzátorok töltetlenek. Egy adott pillanatban zárjuk a kapcsolót. (Az áramforrás belső ellenállásától, a vezetékek és az ellenállások kapacitásától, továbbá a körben lévő elemek induktivitásától tekintsünk el.)

Ábrázoljuk *vázlatosan* a kondenzátorok feszültségét az idő függvényében!

Adatok: $C_1 = 150 \mu\text{F}$, $C_2 = 50 \mu\text{F}$, $R_1 = 40 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$, $U_0 = 100 \text{ V}$.

(5 pont)

Nagy László (1931–1987) feladata



P. 4978. Az ionrakéta hajtóművében pozitív töltésű nehézionokat gyorsítanak fel, ezek áramlanak ki a fúvókán keresztül, ettől gyorsul fel a rakéta. Ugyanekkor elektrongyorsítót is beszerelnek az ionrakétába, erre miért van szükség?

(3 pont)

Némedi István (1932–1998) feladata

P. 4979. A súlytalanság állapotában egy R sugarú, α felületi feszültségű higanycsepp lebeg. Ha a cseppet gyenge, E_0 térerősségű, homogén elektromos térbe helyezzük, a csepp a térerősség irányában kissé megnyúlik, alakja forgási ellipszoiddal közelíthető. Adjunk becslést, mekkora lesz a megnyúlt higanycsepp hossza.

(6 pont)

Közli: Vigh Máté, Budapest

Beküldési határidő: 2017. december 10.

Elektronikus munkafüzet: <https://www.komal.hu/munkafuzet>

Cím: KöMaL feladatok, Budapest 112, Pf. 32. 1518

MATHEMATICAL AND PHYSICAL JOURNAL FOR SECONDARY SCHOOLS
(Volume 67. No. 8. November 2017)

Problems in Mathematics

New exercises for practice – competition K (see page 476): **K. 559.** How many at most six-digit numbers are there in which each of the digits 1, 2, 3, 4, 5 occurs exactly once? **K. 560.** There were 30 candidates taking an exam. The average score of those who failed was 60, and the average score of those who passed was 84. The average score of all candidates was 80. How many of them passed the exam? **K. 561.** A novel was published in three volumes. The page numbering started with 1 in the first volume, and in the second and third volumes it continued where the previous volume ended. The second volume was 50 pages thicker than the first one, and the third volume was 1.5 times as thick as the second volume. The sum of the first page numbers in the three volumes was 893. How many pages long is the entire novel? How many digits were used altogether in numbering the pages? **K. 562.** Alice went shopping. She only had 10-forint coins (HUF, Hungarian