Számítástechnika

Fogyatkozások II.

Ezúttal tovább pontosítjuk nemrégen megkezdett számításainkat. Az első részben bevezetett, de még fel nem használt mennyiségeken túl, a fogyatkozások maximuma időpontjának kiszámításához további kiegészítő adatokra lesz szükségünk:

$$F_1 = F - 0°{,}02665 \sin(\Omega)$$

$$A_1 = 299°{,}77 + 0°{,}107408\ k - 0{,}009173\ T^3$$

A korrekció értéke pedig, melyet a már kiszámított közepes időponthoz (JDE) hozzá kell adni, a következő (Ügyeljünk a trigonometrikus függvények argumentumainak helyes mértékegységére! A legtöbb számítógép fokok helyett radiánban várja ezeket.):

$$\begin{aligned} &+ 0{,}0161 \sin(2M') - 0{,}0097 \sin(2F_1) + 0{,}0073\ E \sin(M'-M) - \\ &- 0{,}0050\ E \sin(M'+M) - 0{,}0023 \sin(M'-2F_1) + 0{,}0021\ E \sin(2M) + \\ &+ 0{,}0012 \sin(M'+2F_1) + 0{,}0006\ E \sin(2M'+M) - 0{,}0004 \sin(3M') - \\ &- 0{,}0003\ E \sin(M+2F_1) + 0{,}0003 \sin(A_1) - 0{,}0002\ E \sin(M-2F_1) - \\ &- 0{,}0002\ E \sin(2M'-M) - 0{,}0002 \sin(\Omega) \end{aligned}$$

Valamint napfogyatkozás esetében:

$$- 0{,}4075 \sin(M') + 0{,}1721\ E \sin(M)$$

Holdfogyatkozásoknál pedig:

$$- 0{,}4065 \sin(M') + 0{,}1727\ E \sin(M)$$

A megadott képletek természetesen korlátozott pontosságúak. A maximum időpontjának hibája a legtöbb esetben még így is jóval egy perc alatt marad (átlagosan 22 másodperc). Az előző és következő 50 év 221 napfogyatkozására vonatkozóan pedig a legnagyobb hiba 1,1 perc.

Folytassuk tovább számításainkat most elsősorban a napfogyatkozásokra koncentrálva. Kiszámítjuk, hogy a Hold árnyékkúpja milyen távolságban halad el a Föld középpontjához képest. Ennek ismeretében határozható meg ugyanis, hogy milyen lesz a fogyatkozás jellege. Most ismét egy kisebb képlet-kupac következik:

$$\begin{aligned} P = {} & 0{,}2070\ E \sin(M) + 0{,}0024\ E \sin(2M) - 0{,}392 \sin(M') + \\ & + 0{,}0116 \sin(2M') - 0{,}0073\ E \sin(M'+M) + \\ & + 0{,}0067\ E \sin(M'-M) + 0{,}0118 \sin(2F_1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q = {} & 5{,}2207 - 0{,}0048\ E \cos(M) + 0{,}0020\ E \cos(2M) - \\ & - 0{,}3299 \cos(M') - 0{,}0060\ E \cos(M'+M) + 0{,}0041\ E \cos(M'-M) \end{aligned}$$

$$W = |\cos(F_1)|$$

$$\gamma = (P \cos(F_1) + Q \sin(F_1))(1 - 0{,}0048\ W)$$

Az árnyékkúp tehát γ távolságba kerül a Föld középpontjához, a Föld egyenlítői sugarával kifejezve. Előjele alapján mondhatjuk meg, hogy az árnyék délre vagy északra halad el tőle. Ha abszolút értéke kisebb 0,9972-nél, a fogyatkozás centrális, azaz a Föld felszínén létezik olyan hely, ahonnan a fogyatkozás centrálisnak látszik. Hogy az árnyék pontosan mely útvonalon söpör végig a felszínen, ennek tárgyalása egyelőre meghaladja kereteinket. De számoljunk tovább!

$$u = 0{,}0059 + 0{,}0046\ E \cos(M) - 0{,}0182 \cos(M') + \\ + 0{,}0004 \cos(2M') - 0{,}0005 \cos(M'+M)$$

Az u mennyiség (szintén a Föld egyenlítői sugarával mérve) az umbra sugarát adja meg az alapsíkban (ez a sík áthalad a Föld középpontján és merőleges az árnyékkúpra). A penumbra sugara pedig $u_p = u + 0{,}5461$.

Ha γ abszolút értéke 0,9972 és (u + 1,5433) közé esik, a fogyatkozás nem centrális. Ekkor általában részleges fogyatkozást figyelhetünk meg. Előfordulhat olyan eset is, amikor az árnyékkúp tengelye nem éri el a földfelszínt, hanem valahol a pólusok „felett" siklik el, miközben az umbra végigseper a poláris vidéken. Ez az eset akkor léphet fel, ha $|\gamma|$ 0,9972 és 1,0260 közötti értéket vesz fel. Amennyiben pedig $|\gamma| > (u + 1{,}5433)$, nincs fogyatkozás.

Osztályozzuk pontosabban a centrálisnak mutatkozó fogyatkozásokat: ha $u < 0$, a fogyatkozás teljes, ha $u > 0{,}0047$, a fogyatkozás gyűrűs, míg ha u értéke 0 és 0,0047 között van, a fogyatkozás gyűrűs vagy a földrajzi helytől függően teljes is lehet. Ez utóbbi bizonytalanság feloldására számoljuk ki az

$$\omega = 0{,}00464\ SQRT(1 - \gamma^2)$$

mennyiséget (*SQRT()* a négyzetgyök függvény szokványos számítástechnikai jelölése). Ha $u < \omega$, a gyűrűs fogyatkozásnak van teljes szakasza is.

Nem mondtunk még semmit a részleges fogyatkozásokról. Fontos adat a fogyatkozás mértéke. Ez a földrajzi hellyel igen erősen változik, a legnagyobb ott, ahol a Föld felszíne legközelebb kerül az árnyékkúp tengelyéhez. A fogyatkozás nagysága ezen a helyen az alábbi képlettel számolható:

$$(1{,}5433 + u - |\gamma|)\ /\ (0{,}5461 + 2u)$$

Foglaljuk össze, amit mostani számításainkból megtudhattunk! A napfogyatkozások maximumának időpontját néhány tíz másodperc pontossággal ki tudjuk számítani, valamint a Hold árnyékkúpjának helyzetét a Földhöz viszonyítva meg tudjuk határozni a fogyatkozás jellegét és nagyságát.

A felsorolt formulák nem adnak nagy pontosságú eredményt, de egyszerű és gyors, tájékozódó jellegű számításokhoz elegendően megbízhatóak. A legtöbb gond γ kiszámításánál adódhat, ami egyenes következménye P és Q kisebb periodikus tagjai elhanyagolásának. A Nap és a Hold „pontos" pozíciójának számításához akár több száz tag figyelembevétele is szükséges. Az így kapott γ (az árnyékkúp távolsága a Föld középpontjától) legnagyobb hibája a megadott időszakra 15 km, ami néhány kivételes esetben természetesen bizonytalan végeredményhez vezethet.

(Irodalom: Jean Meeus: Astronomical Formulae for Calculators)

HEITLER GÁBOR