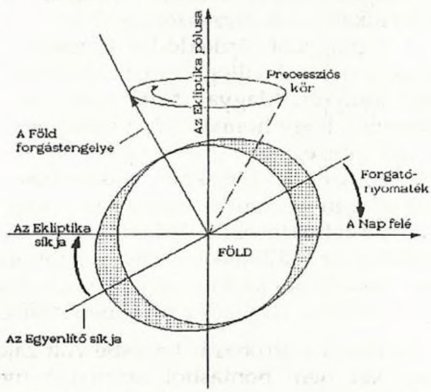
Számítástechnika

Csillagászati számítások II.

A precesszió

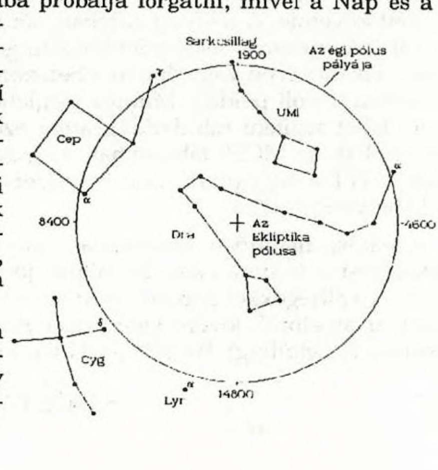
A Meteor júniusi számában, már a csillagidő számításának tárgyalásakor is említettük ezt az érdekes jelenséget. Alig tudunk olyan — az égi koordinátákkal kapcsolatos — számításokat végezni hosszabb távra, hogy ne kellene figyelembe vennünk a *precesszió* hatását, ha pontos végeredményt kívánunk.

Nézzük először a fizikai jelenséget magát és okait. A precesszió egy forgó test forgástengelyének mozgását jelenti egy kúp palástja mentén, azaz a tengely szintén forog egy másik, képzeletbeli tengely körül valamilyen külső erő hatására. Egyszerűen tanulmányozható a precessziós mozgás egy pörgettyű segítségével, melyet megpörgetünk, majd tengelyét enyhe ütéssel kibillentjük felvett helyzetéből.



Ugyanez a helyzet a Föld forgástengelyével is, mely precesszióját az ekliptika pólusait összekötő tengely körül végzi. Ennek következtében az ekliptika és az egyenlítő síkja lassan elmozdul egymáshoz képest, így magától értetődően az ezekhez kötődő összes égi pont (pl. tavaszpont) helyzete is változik az idő múlásával a fixnek tekinthető háttércsillagok rendszeréhez képest.

Miért is van mindez így? A Föld alakja közelítőleg forgási ellipszoid, melyet elképzelhetünk úgy is, mintha egy gömböt a közepe felé egyre vastagodó övvel vennénk körül, melynek vastagsága az egyenlítőnél nagyjából 21 km-t ér el. Mivel a földi egyenlítő síkja az ekliptika síkjával kb. 23°26' szöget zár be, a Nap és a Hold tömegvonzása erre az egyenlítői övre forgatónyomatékot fejt ki. Ez a forgatónyomaték az egyenlítő síkját az ekliptika síkjába próbálja forgatni, mivel a Nap és a Hold is ebben a síkban, illetve annak közelében található. A Föld — forgása miatt — egy pörgettyűként is felfogható, s így az ismert fizikai törvények szerint a pörgettyű tengelye nem a rá ható forgatónyomaték közvetlen hatását követi, hanem kitér eredeti irányából a koordinátarendszerek jobbkéz-szabályának megfelelően és megkezdi precessziós mozgását a precessziós kúpok palástja mentén. A kúpok csúcspontjai egybeesnek egymással és a Föld középpontjával, fél nyílásszögük pedig egyenlő az ekliptika és az egyenlítő hajlásszögével.



Innen ered tehát az a mozgás, melyet a tavaszpont vándorlásával kapcsolatban említettünk. A mozgás igen lassú ugyan (egy teljes kört kb. 25730 év alatt tesz meg a tengely), de a precíz pozíciószámítások során figyelembe kell venni, különösen, ha számításunkkal hosszabb időintervallumot fogunk át. Az évi luniszolári precesszió csupán 50" körüli, de az évek, évtizedek során ez halmozódik. Itt nyer értelmet az a gyakorlat, hogy a katalógusok, atlaszok mindig egy adott időpontnak megfelelő helyzetet tükröznek, erre vonatkozó koordinátákat tartalmaznak. Általánosan elterjedtek még az 1950-es epochájú koordináták, s természetesen használhatók is még nagyobb pontossági igények esetén is, ha a megfelelő korrekciókat — az egyik legfontosabb a precesszió — figyelembe vesszük. Így hiába fordult el a tavaszpont 1950 óta kb. 2200"-cel, ha tudjuk a módját, nehézség nélkül kiszámíthatjuk az akkori adatokból a mostanra vonatkozó, vagy akár ezer évvel ezutáni állapotot tükröző pontos koordinátákat. A Csillagászati Évkönyv régebben közölt precessziós táblázatokat, utoljára talán 1978-ban.

De lássuk most már tényleg a számítás menetét. A legtöbbször felmerülő feladat: az adott epochájú ekvatoriális koordinátákat más, tetszőleges epochájú koordinátákká alakítani. Legegyszerűbb bizonyos korrekciós értékeket bevezetni, s ezekkel módosítani a megadott koordinátákat. Erre a következő egyszerű képleteket adhatjuk meg:

$\alpha - \alpha_0 = \Delta\alpha = M + N\,sin(\alpha_m)tg(\delta_m)$ és $\delta - \delta_0 = \Delta\delta = N\,cos(\alpha_m)$

ahol

$M_{2000} = 1.2812323\ T + 0.0003879\ T^2 + 0.0000101\ T^3$ [°]

$N_{2000} = 0.5567530\ T - 0.0001185\ T^2 + 0.0000116\ T^3$ [°]

A T paraméter az 2000 óta eltelt Julián évszázadok száma:

$$T = \frac{JD - 2451545.0}{36525}$$

Az új koordináták az $\alpha_{yyyy} = \alpha_{2000} + \Delta\alpha$ és $\delta_{yyyy} = \delta_{2000} + \Delta\delta$ összefüggésekkel kaphatók (yyyy<2000). Amint látjuk a képlet jelen formájában kétezres koordinátákból számol. Egyszerű átalakítással a kétezerre konvertáló képleteket is megkaphatjuk: $\alpha_{2000} = \alpha_{yyyy} - \Delta\alpha$ és $\delta_{2000} = \delta_{yyyy} - \Delta\delta$. E négy összefüggés segítségével két lépésben bármely időpontról bármely másikra előállíthatjuk a precesszióval javított koordinátákat. *(Megjegyzendő, hogy bár a képletek helyesek, a módszer bizonyos szempontból pongyola. Az α_m és δ_m ugyanis a $\Delta\alpha$ és $\Delta\delta$ intervallum közepén felvett értéket jelentik. A gyakorlatban ezen középértékeket iterációval, azaz a módszer többszöri ismétlésével nyerik, kiindulásként mindig az előző számítás eredményeit használva. Mi nem követünk el eretnekséget, ha α_m helyett α_0-t, δ_m helyett pedig δ_0-t helyettesítünk.)*

Ennél egyszerűbbet ki sem nagyon lehet találni, csakhogy... Nézzük meg egy kicsit jobban, mit is jelent a valós és a fent megadott konverzió! Igazából arra van szükségünk, hogy az égi koordinátarendszert bizonyos jól mérhető vagy előre kiszámítható szögértékkel elforgassuk. A fenti képletek az esetek többségében helyesen működnek. A szögfüggvények alkalmazásával azonban mindig óvatosan kell bánnunk. A kritikus pont a $\Delta\alpha$ számítása, azon belül is a tangens függvény. Ez a függvény ugyanis a $\pi/2=90^\circ$ helyen végtelenhez tart. Ha pedig valamit végtelennel szorzunk, abból sok jó nem származhat... Tehát a pólusok környékén az eredményeket óvatosan kell kezelnünk.

Mi lenne hát a minden szempontot kielégítő megoldás? Valami olyan számítási módszer kellene, ahol nem kerülnek elő szingularitások, nem kell nullával osztani vagy végtelennel szorozni, s közben mégis elvégzi a szükséges forgatási műveletet. Ilyen módszert a *mátrixszámítás* szolgáltat. Ha a koordinátákat nem polárkoordinátarendszerben, hanem derékszögűben írjuk fel, úgy a forgatás egy mátrixszal (ez a forgatómátrix) való szorzássá egyszerűsödik. Esetünkben a precesszió számítás tehát négy lépésből áll. **1.** A polárkoordinátákat (az ekvatoriális is ilyen) derékszögűvé alakítani, **2.** előállítani a rotációs mátrixo(ka)t, **3.** elvégezni a mátrixszorzást, majd **4.** a kapott koordinátákat újból polárkoordinátákká alakítani. Az eljárás menete most már minden szószaporítás nélkül:

1.: $x = cos(\delta)cos(\alpha)$ $\quad y = cos(\delta)sin(\alpha)$ $\quad z = sin(\delta)$

Ezzel megkaptuk a (α,δ) irányába mutató egységvektort.

2.: Kell néhány segédmennyiség:

T: mint fent, az időeltérés Julián évszázadokban.

$\zeta = (2306.2181\,T + 0.30188\,T^2 + 0.017998\,T^3) / 206264.8062$ [rad]

$\Theta = (2004.3109\,T - 0.42665\,T^2 - 0.041833\,T^3) / 206264.8062$ [rad]

$Z = (2306.2181\,T + 1.09468\,T^2 + 0.018203\,T^3) / 206264.8062$ [rad]

A három tengely körül forgató mátrixok:

$$\boldsymbol{R_1}(\varphi)=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & \cos\varphi & \sin\varphi\\ 0 & -\sin\varphi & \cos\varphi\end{pmatrix} \quad \boldsymbol{R_2}(\varphi)=\begin{pmatrix}\cos\varphi & 0 & -\sin\varphi\\ 0 & 1 & 0\\ \sin\varphi & 0 & \cos\varphi\end{pmatrix} \quad \boldsymbol{R_3}(\varphi)=\begin{pmatrix}\cos\varphi & \sin\varphi & 0\\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

3.: Mátrixot mátrixszal úgy szorzunk... Ezt mindenki nézze meg egy összefoglaló matematikakönyvben!

$M_{2000} = \mathbf{R_3}(\zeta) * \mathbf{R_2}(-\Theta) * \mathbf{R_3}(Z) * M_{yyyy}$

$M_{yyyy} = \mathbf{R_3}(-Z) * \mathbf{R_2}(\Theta) * \mathbf{R_3}(-\zeta) * M_{2000}$

4.: $R = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$, a vektor hossza. x = x/R, y = y/R, z = z/R

Így a vektor egységvektor (Illene amúgy is annak maradnia, de a számítógép kerekítési pontatlanságai miatt semmiképp nem felesleges a 4. műveletsor elvégzése!). Ha y és x megfelelően közel van nullához (pl. $\mathrm{Abs}(y)<10^{-12}$), akkor α is 0, ha nem, úgy α = ATAN2(y,x). δ = ASIN(z).

Álljunk csak meg — mondhatja a szemfüles olvasó —, minek ez az egész bűvészkedés?! A mátrixos módszert pont a szögfüggvények nyavalyáinak elkerülésére vettük elő, itt meg több a szinusz meg koszinusz, mint az első módszerben! Ez bizony így igaz, számbelileg többen vannak, ám minőségileg sokkal veszélytelenebbek, mint a fentebbi képletekben.

Nézzük végig: az **1.** és **2.** pontban a szögfüggvények teljesen ártalmatlanok, hiszen bármely számnak gond nélkül képezhető szinusza és koszinusza. Hogy néha nulla az eredmény? Amíg nem kell vele osztani, addig ez minket nem nagyon érdekel... A **4.** pontban kissé bonyolultabb a helyzet. A deklináció számolásához használt arkusz-szinusz itt mindig egyértelmű eredményt ad, hiszen a háromdimenziós vektorunk egységvektor, így z értéke –1 és +1 között változhat csak. Ebből pedig a deklináció -90° és $+90^\circ$ közötti lehet, ahogy az helyes is. Baj tehát egyedül a Fortranból, C-ből ismert ATAN2(Y,X) függvénnyel lehet. Mit is tesz ez? A megadott szög szinuszából és koszinuszából térnegyed-helyesen helyreállítja a szöget magát. A hangsúly a helyes térnegyeden van, ezzel tud ez a függvény többet, mint egyszerű arkusz-tangens párja. Akik olyan nyelvben programoznak, ahol nincs megvalósítása, egyszerűen megírhatják:

ATAN2(Y,X): (ahol Y=sin(α), X=cos(α))

Szükség van egy TMP ideiglenes változó bevezetésére.

Ha Y=0 és X=0, akkor bizony nincs mit tenni, hiba történt! (Olyan szög nincs, aminek a szinusza és koszinusza egyaránt nulla. Illetve az olyan szöget csak erős jóindulattal lehet szögnek nevezni...)

Ha X=0 és Y>0, akkor TMP= $\frac{\pi}{2}$, vagy ha Y<0, akkor TMP=$3\frac{\pi}{2}$

Ha X>0, úgy TMP=ATAN(Y/X), ha pedig X<0, akkor TMP=ATAN(Y/X)+π

ATAN2(Y,X)=TMP

Ha $\alpha<0$, akkor $\alpha=\alpha+2\pi$. Ez biztosítja, hogy a kapott szögérték 0 és 2π közé essék.

A fenti feltételrendszer biztosítja, hogy a szög irányhelyes legyen, az ATAN függvénytől pedig nem kell tartanunk, minden valós bemeneti értékre használható eredményt ad, ha biztosítjuk hogy X soha ne lehessen 0.

A számítás egyes lépéseinél ügyelni kell a mértékegységek egyeztetésére!

HEITLER GÁBOR
1439 - Budapest 70, Pf. 644.

Shareware csillagászati programok II.

Kedvező visszhangra lelt az 1994/9-es Meteorban meghirdetett programterjesztési akció (kb. 20–25 érdeklődő jelentkezett). Most jó hírrel szolgálhatok a róla lemaradottaknak. Miként már ott is említettem, megfelelő érdeklődés esetén ismét életre hívjuk a terjesztő hálózatot, és ehhez kértem azok jelentkezését, akik vállalnák a másolást és a postázást. Nem várt számban akadtak önkéntesek, akiket az alábbiakban fel is sorolnék:

Tóth Tamás, 1193 Budapest, Komjáti u. 15/a.
Móczó Árpád, 5100 Jászberény, Szentháromság tér 1.
Hevesi Zoltán, 7400 Kaposvár, Pécsi út 15.
Tepliczky István, 2890 Tata, Baji út 42.
Zákány Zalán, 6783 Ásotthalom, Radnóti u 4.
Szuhi Attila, 2509 Esztergom-Kertváros, Hőtáv u. 23.

Ők vállalták, hogy a beérkező kéréseket teljesítik, ezért elmondhatjuk, hogy egy igazi *MCSE-dealer* hálózat alakult ki. Ezek után már egyszerű dolga van annak, aki hozzá szeretne jutni egy programhoz: kiválasztja a legközelebbi terjesztőt (mert így talán minimalizálható annak a veszélye, hogy megsérülnek a lemezek a postai szállítás során) és megrendeli tőle az adott szoftvert, persze a **szükséges válaszborítékot és bélyeget sem elhanyagolva**!

Amint fokozatosan nő a választék (új programok vagy új verziók), a változásokról mindig értesítem az aktuális terjesztőket, és a Meteorban is közöljük az új programok listáját. Erre van is élő példa: legutóbb a Skymap 2.0-s verziója szerepelt a programlistában, miközben én a 2.1-eset terjesztettem. Átlagosan havonta-kéthavonta jelenik meg valami újdonság, ezért érdemes lesz időnként odafigyelni a megjelenő leírásokra.

KISS LÁSZLÓ