Két pont távolságának meghatározása

Gyakran előfordul, hogy két égitest távolságát meg kell határozni koordinátáikból. Ez a probléma főleg okkultációk előrejelzésénél jelentkezik.

Legyen adva a két égitest rektaszcenziója és deklinációja. Ha síkkoordinátákról lenne szó, elég lenne a jól ismert Pitagorasz-tételt használni, de nekünk az égbolt gömbfelületét is figyelembe kell venni a távolságmeghatározásnál. Ezért alkalmazzuk a gömbháromszögekre felírható koszinusztételt, ahol a két pont távolsága a következő képlet alapján számítható:

$$\cos(\text{táv}) = \sin(D_1)\sin(D_2) + \cos(D_1)\cos(D_2)\cos(A_1 - A_2)$$

Ahol a táv a két adott pont távolsága, D_1 és D_2 a két pont deklinációja, A_1 és A_2 a két pont rektanszcenziója.

Igaz, hogy ez a képlet megadja a pontos eredményt, a gyakorlatban mégsem használható teljes biztonsággal.

A következő táblázatban felsoroljuk néhány szög koszinuszát.

cos 5^o	= 0,996194698
cos 1^o	= 0,999847695
cos 1'	= 0,9999999577
cos 1"	= 0,9999999999882
cos 0",05	= 0,9999999999999971

A koszinuszértékekben a tizedespont utáni számok hordozzák az értékes jegyeket, (kivéve 0 és 180 fok koszinuszát). A számoló, vagy számítógép korlátozott számábrázolása miatt sok tizedes jegy elvész, ezért főleg a kicsiny szögeknél nem kapunk pontos értéket. Az is előfordulhat, hogy egymástól eltérő nagyságú szögekre azonos értékeket kapunk. Egyes gépeken nem akadály a tizedesjegyek száma például az IBM PC-n, ahol a Turbo Pascal 4.0-ás verziójának 19 számjegyes ábrázolási lehetőségei túlmutatnak igényeinken. Sajnos nem sokan rendelkeznek ilyen teljesítményű számítógéppel, így be kell érnünk a Commodore-64-gyel, ami csak 9 számjegyet ábrázol.

Ebben az esetben két lehetőség közül választhatunk. Az első, hogy a számítást Pitagorasz-tétellel végezzük. Ilyenkor legegyszerűbb, ha minden koordinátát átváltunk szögmásodpercre. A derékszögű háromszög befogóinak hossza a két égitest megfelelő koordinátáinak különbsége lesz. Innen már könnyen kiszámíthatjuk az átfogót, a két pont távolságát. Igaz, itt nem vesszük figyelembe, hogy az égbolt gömbfelület. Kis szögeknél viszont evvel a módszerrel is pontosabb eredményt kapunk, mint ha a koszinusztételt használnánk.

A második lehetőség az, hogy egy kicsit átalakítjuk a képletet, megpróbáljuk kiküszöbölni, hogy a távolság koszinusza kis értéket kapjon. Ha a koszinusztételt a sin (táv/2)-vel tesszük egyenlővé, a képlet a következőképpen alakul.:

$$\sin^2(\text{táv}/2) = \sin^2((D_1 - D_2)/2) + \cos(D_1)\cos(D_2)\sin^2((A_1 - A_2)/2)$$

Ahol a táv a keresett távolság, D_1, D_2 és A_1, A_2 a pontok deklinációja és rektaszcenziója.

A szinuszfüggvény használatával a távolság értéke pontosabban meghatározható. A kapott képlet pontossága a szögtávolság növekedésével csökken $90^o \pm 180^o$-hoz közeledve, de ezzel szemben a kis szögeknél $0^o \pm 180^o$-hoz közeledve növekszik a számolási pontosság. Ez a tény egyértelműen az utóbbi módszer alkalmazása mellett szól a koszinusztétellel szemben, ahol mindez éppen fordítva van.

```
100 REM KET EGITEST TAVOLSAGA
110 REM
120 P=3.14159265:C=P/180
130 PRINT CHR$(147):REM KEPTORLES
140 PRINT "KET EGITEST TAVOLSAGA"
150 PRINT:PRINT "ELSO EGITEST"
160 INPUT "RA (H,M,S):";A$,A2,A3
170 GOSUB 390: R1=A*15*C
180 INPUT "DEC (F,P,M): ";A$,A2,A3
190 GOSUB 390: D1=A*C
200 PRINT:PRINT "MASODIK EGITEST"
210 INPUT "RA (H,M,S): ";A$,A2,A3
220 GOSUB 390: R2=A*15*C
230 INPUT "DEC (F,P,M):";A$,A2,A3
240 GOSUB 390: D2=A*C
250 D=SIN((D1-D2)/2): H1=D*D
260 A=SIN((R1-R2)/2): H2=A*A
270 H3=H1+COS(D1)*COS(D2)*H2
280 S1=SQR(H3): C1=SQR(1-S1*S1)
290 S=2*ATN(S1/C1)/C
300 PRINT:PRINT
310 PRINT "A TAVOLSAG"
320 PRINT " -FOKBAN: ";S: SS=S*3600
330 PRINT " -SZOGMASODPERCBEN: ";SS
340 PRINT:INPUT "--UJRA (I/N)--";A$
350 IF A$="I" THEN RUN
360 END
370 REM H,M,S->H , F,P,S->F
380 REM
390 F=1: A1=ABS(VAL(A$))
400 IF LEFT$(A$,1)="-"THEN F=-1
410 A=F*(A1+A2/60+A3/3600)
420 RETURN
```

A közölt program az imént megismert összefüggés alapján számolja két megadott koordinátájú pont távolságát. Próbaképpen számoljuk ki a programmal egy jól ismert kettős, az Alcor és a Mizar távolságát.

A Boss General Catalogue szerint a két csillag koordinátái:

Mizar (1950.0): $13^{h}21^{m}54^{s}{,}953$ $+55^{\circ}$ 11'09",24

Alcor (1950.0): 13 23 13,544 $+55^{\circ}$ 14'52",78

A programot COMMODORE 64-en futtatva 708",6858-at kaptunk eredményül, ami kerekítve 708",69, ez pedig pontosan megegyezik a katalógusbeli értékkel.

KISS SZABOLCS

(Felhasznált irodalom: Sky & Tel. 1984. augusztus)